



---

Stichting Mathematisch Centrum

**JAAR**VERSLAG

---

'92

Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam  
Postbus 4079, 1009 AB Amsterdam

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) is een non-profit organisatie met als doel het bevorderen van de systematische beoefening en toepassingen van de wiskunde en informatica. De SMC wordt gefinancierd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO).

#### **Directie**

*Wetenschappelijk directeur*  
Prof. dr. P.C. Baayen

*Zakelijk directeur*  
Dr. ir. G. van Oortmerssen

Copyright ©1993 Stichting Mathematisch Centrum  
Postbus 4079, 1009 AB Amsterdam  
Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam  
Telefoon +31 20 592 9333  
Telefax +31 20 592 4199  
ISSN 0926-4841

# INHOUD

<b>Voorwoord</b>	5
<b>Stichting Mathematisch Centrum algemeen</b>	6
<i>Doelstelling en organisatie</i>	6
Doelstelling	6
Organisatie	6
<i>Algemene beschouwing</i>	8
Beleid	8
Wetenschapscommissie (WEC)	9
De Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW)	10
Onderzoek	11
Kennisoverdracht, centrumfunctie	13
ERCIM	14
Financiën	14
Bibliotheek en Informatiedienst	15
SARA	16
<b>Landelijke Activiteiten Wiskunde</b>	18
<i>Beleid</i>	18
Inleiding	18
Aandachtspunten 1992	18
<i>Enige projectbeschrijvingen</i>	25
Numerieke en fundamentele aspecten van polynomiale splines in twee variabelen	25
Statistiek voor grote parameterruimten	29
Markov beslissingsketens en netwerken van wachtrijen	33
Overdekkingsproblemen	36
Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen	40
Homocliene bifurcaties met periodieke attractoren	43
Vooruitbeslisbaarheid van oneindige spelen en het keuze-axioma	48
Karakterisering en dynamica van coherente structuren	53
Geometrische optica in de 19de eeuw	56
Aangedreven oscillaties	60
Toepassingen van de categorische logica	63

Dit deel van het Jaarverslag 1992 Stichting Mathematisch Centrum beschrijft de algemene activiteiten van de Stichting Mathematisch Centrum en de Landelijke Activiteiten Wiskunde.

De overige delen van het Jaarverslag 1992 zijn:

- Annual Report 1992 Centrum voor Wiskunde en Informatica (Engelstalig)
- Sociaal Jaarverslag 1992 Stichting Mathematisch Centrum
- Financieel Jaarverslag 1992 Stichting Mathematisch Centrum

<i>Karakterisering van de lopende projecten</i>	65
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	65
Werkgemeenschap Stochastiek	66
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	66
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	67
Werkgemeenschap Analyse	68
Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde	70
Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde	70
Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica	71
Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde	72
<i>Publikaties</i>	73
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	73
Werkgemeenschap Stochastiek	73
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	73
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	75
Werkgemeenschap Analyse	76
Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde	77
Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde	78
Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica	78
<b>Bijlagen</b>	80
Bijlage 1: Interne en externe beleidsorganen SMC	80
Bijlage 2: Academische promoties	82
Bijlage 3: Staftabellen werknemers	84



# VOORWOORD

Aan het einde van dit verslagjaar heeft NWO kenbaar gemaakt op korte termijn te willen komen tot een andere organisatie en werkwijze van haar stichtingen voor wat betreft de landelijke functie. De aanpassingen die de SMC hierdoor zal ondergaan zullen vooral in de volgende jaren zichtbaar worden, met name waar het de rol van de Wetenschapscommissie van de SMC betreft. Op een aantal belangrijke punten, zoals de organisatie van het onderzoek in grotere verbanden, heeft de SMC reeds geanticipeerd op het door NWO voorgestane nieuwe beleid.

Wetenschappelijk gezien is 1992 een zeer bevredigend jaar, vooral wegens een record-aantal academische promoties op het gebied van de wiskunde en informatica: 6 medewerkers in de Landelijke Activiteiten Wiskunde en liefst 16 CWI-medewerkers promoveerden in het verslagjaar.

Een verheugende ontwikkeling is dat er een nieuwe subsidievorm van NWO in de vorm van een vrije beleidsruimte van het gebiedsbestuur exacte wetenschappen beschikbaar is gekomen. De SMC heeft hier alert op gereageerd en er zullen in de naaste toekomst nieuwe projecten, met name op het gebied van massaal parallel rekenen, met behulp van dit fonds opgestart kunnen worden.

Het CWI heeft haar koers om strategisch onderzoek te verrichten, met waar mogelijk een vruchtbare samenwerking tussen wiskunde en informatica, verder profiel gegeven. Met name in de wiskunde-afdelingen zijn nieuwe projecten opgestart waarbij op een substantiële manier deze nieuwe elementen zichtbaar worden.

De SMC draait volop mee in samenwerkingsverbanden op nationaal (de landelijke werkgemeenschappen, de universiteiten) en internationaal (ERCIM, ESPRIT) gebied. In het bijzonder neemt de SMC actief deel of gaat zij actief participeren in diverse nationale en internationale programma's op het gebied van High Perfor-

mance Computing, een nieuw en veelbelovend informatica-onderdeel met grote uitdagingen.

Andere belangrijke gebeurtenissen voor de SMC waren:

- De oprichting van een internationaal onderzoeksinstituut voor symbolisch rekenen (RIACA). Voor het CWI wordt een positief effect van RIACA verwacht op het onderzoek op het gebied van symbolisch rekenen.
- De toekenning van verscheidene budgetten aan het CWI voor specifieke doeleinden, zoals de aanleg van een hoge-snelheidsnetwerk en de oprichting van een Dynamisch Systemen Laboratorium. Een ander voorbeeld is de toekenning van vier SION-projecten aan het CWI.
- De publikatie van het rapport *Wiskunde in Beweging* door de Verkenningcommissie Wiskunde. In dit rapport werd aan het CWI en de SMC-bibliotheek ruime aandacht geschonken.
- Ter bevordering en structurering van de samenwerking tussen het CWI en onderzoekscholen op het gebied van wiskunde en informatica heeft de SMC samenwerkingsovereenkomsten afgesloten met enkele onderzoekscholen. Verwacht wordt dat in de toekomst met meer onderzoekscholen samenwerking zal worden opgebouwd.

Details van de hierboven geschetste gebeurtenissen zijn te vinden in de onderdelen Algemene Beschouwingen en Landelijke Activiteiten Wiskunde.

De SMC heeft zo in 1992 met succes haar statutaire doelstellingen kunnen realiseren. Bijzondere dank is op zijn plaats voor de velen, binnen en buiten de Stichting, die hiertoe hebben bijgedragen.

G.Y. Nieuwland  
Voorzitter Curatorium

# STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM ALGEMEEN

## Doelstelling en organisatie

### Doelstelling

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) werd op 11 februari 1946 opgericht door prof. dr. J.G. van der Corput, prof. dr. D. van Dantzig, prof. dr. J.F. Koksmas, prof. dr. H.A. Kramers, prof. dr. M.G.J. Minnaert en prof. dr. ir. J.A. Schouten.

De Stichting heeft ten doel de systematische beoefening van de zuivere en toegepaste wiskunde en de informatica in Nederland te bevorderen, teneinde daardoor enerzijds de bijdragen van deze gebieden van wetenschap tot de verhoging van het welvaarts- en beschavingspeil in Nederland, anderzijds de bijdrage van Nederland tot de internationale cultuur te vergroten.

De Stichting tracht haar doel te bereiken door

- het bevorderen van de samenwerking der Nederlandse wiskundigen en informatici, zowel onderling als met beoefenaren van 'aangrenzende' gebieden van wetenschap, techniek en maatschappelijk leven, waarin de wiskunde en informatica worden toegepast, en met buitenlandse collega's en beoefenaren der aangrenzende gebieden;
- onderzoekers uit binnen- en buitenland de gelegenheid geven het instituut van de Stichting te bezoeken, het (doen) uitgeven of ondersteunen van wetenschappelijke publikaties, het doen uitvoeren van onderzoek in de wiskunde en informatica, het doen houden van cursussen en voordrachten, het leiding geven aan het werk van jonge onderzoekers, bezoeken van (jonge) Nederlandse onderzoekers aan andere onder-

zoekscentra mogelijk te maken, begaafde onderzoekers de mogelijkheid bieden zich aan onderzoek te wijden.

Andere belangrijke middelen tot verwezenlijking van de doelstelling zijn

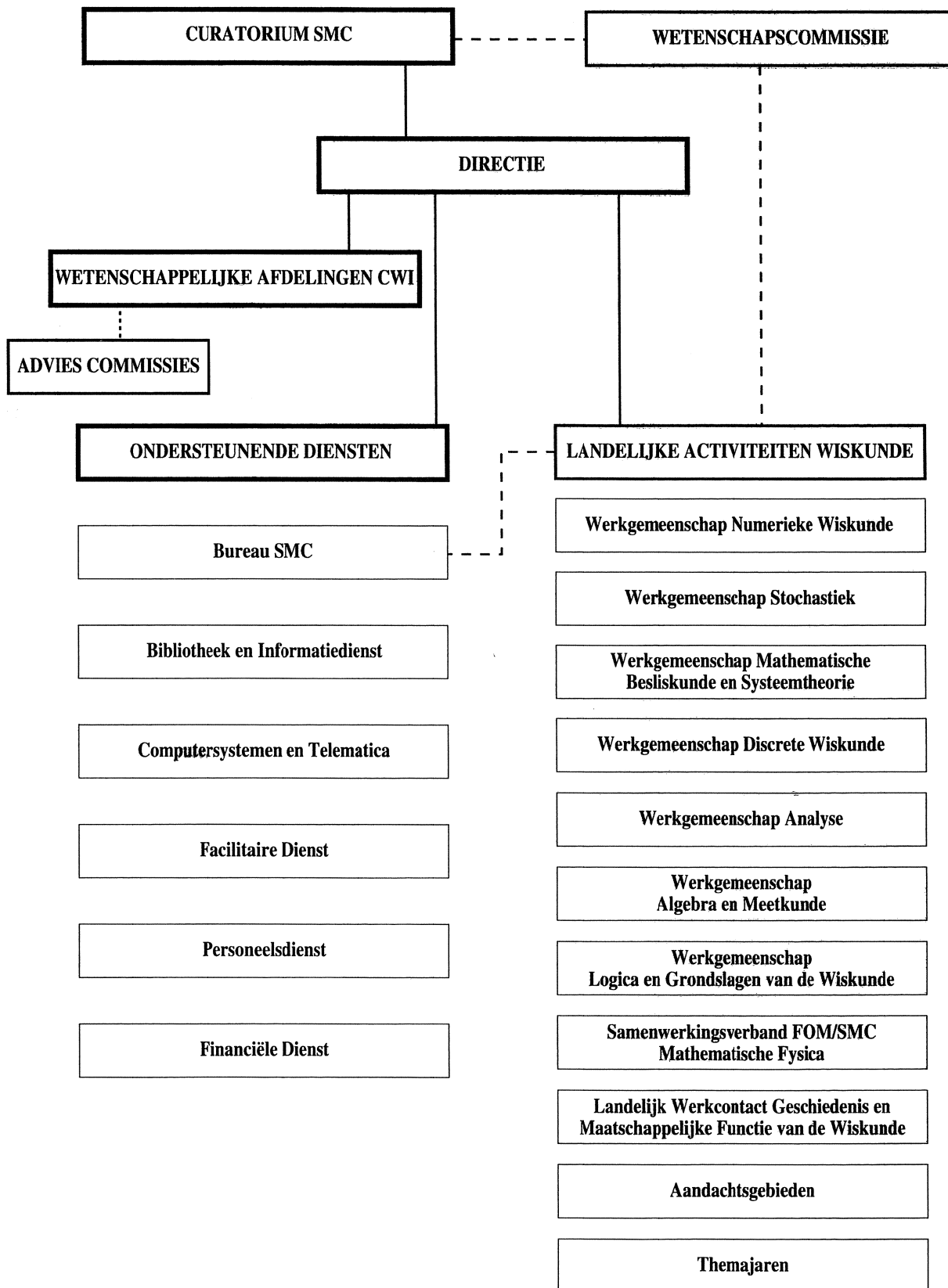
- de instandhouding van een instituut: het CWI (Centrum voor Wiskunde en Informatica), inclusief een bibliotheek en een moderne computerinfrastructuur;
- de oprichting en instandhouding van landelijke werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden in de wiskunde;
- oprichting van en deelname in andere samenwerkingsverbanden, zoals bijvoorbeeld European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM).

### Organisatie

De Stichting Mathematisch Centrum wordt bestuurd door een Curatorium. De dagelijkse leiding van de werkzaamheden van de Stichting en haar instituut berust bij de Directie. Een Wetenschapscommissie dient het Curatorium en de Directie van advies aangaande het algemene wetenschappelijk beleid.

Onder de Stichting ressorteren het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en zeven werkgemeenschappen, één samenwerkingsverband, alsmede een landelijk werkcontact. Het CWI telt zes wetenschappelijke afdelingen en zes ondersteunende diensten.

# Organisatiestructuur Stichting Mathematisch Centrum per 31 december 1992



# Algemene beschouwing

## Beleid

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) wordt bestuurd door een Curatorium. Bij het bepalen van het beleid van de SMC laat het Curatorium zich wat betreft het wetenschappelijk onderzoek adviseren door de Wetenschapscommissie en door de Stichting SION. In 1992 waren onder meer de volgende punten onderwerp van overleg en besluitvorming.

### *Wiskunde in Beweging*

In februari 1992 verscheen het op verzoek van de minister van Onderwijs en Wetenschappen door de Verkenningcommissie Wiskunde opgestelde rapport *Wiskunde in Beweging (Mathematics – ordering a complex world)*. Enkele algemene aanbevelingen wat betreft het onderzoek luiden: organisatie in minder en grotere groepen; enkele nieuwe, langlopende projecten naar analogie van de Duitse 'Sonderforschungsbereiche'; bescherming van de positie van de SMC-bibliotheek; bevordering van interdisciplinaire samenwerking; een actievere rol voor de Wetenschapscommissie van de SMC in het onderzoeksbeleid; en blijvende nadruk bij het CWI op het aansnijden van nieuwe onderzoeksterreinen en op kennisoverdracht.

In zijn reactie, in het bijzonder op de aanbevelingen over SMC en CWI, wees het Curatorium erop dat de SMC reeds op de meeste in het rapport gedane aanbevelingen heeft geanticipeerd, met name de structurering van het onderzoek in grotere eenheden. Ook de noodzaak tot bescherming van de SMC-bibliotheek wordt onderschreven. De mogelijkheden die deze bibliotheek volgens het rapport zou moeten bieden om te experimenteren met moderne informatietechnieken, worden overigens reeds benut (zie ook pag. 15). De Verkenningcommissie benadrukt het belang van het bestaan van een instituut als het CWI in Nederland. Al sinds de oprichting heeft het CWI gefungeerd als centrum van vernieuwend onderzoek en kennisoverdracht. In lijn hiermee ziet de commissie voor het CWI ook in de toekomst een belangrijke rol weggelegd als ontmoetingspunt, waar door een kleine vaste staf grootschalige, innoverende activiteiten met een sterk internatio-

naal karakter worden georganiseerd. Het Curatorium onderschrijft de intentie, maar meent dat de in het rapport gegeven uitwerking nuancering behoeft. Tenslotte ondersteunt het Curatorium de suggestie om te ijveren voor een in Nederland te vestigen Europees onderzoeksinstituut voor Statistiek, kansrekening en besliskunde. De minister zal in april 1993 op het rapport reageren.

### *NWO*

Begin 1992 verscheen het Meerjarenplan 1993 - 1997 van het Gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen (GB-E) van NWO. In dit plan is voorzien in een bescheiden groei van het wiskundig onderzoek in landelijk verband (met name de *aandachtsgebieden*), een sterke groei van het informatica-onderzoek in landelijk verband, en het op niveau houden van het basis-budget voor het CWI.

In de loop van 1992 heeft NWO zich bezonnen op haar werkwijze en structuur. In haar Meerjarenplan 1993-1997 *Een organisatie op maat* wordt een 'agenda-bepalende' rol voorgestaan van de tweede geldstroom in alle wetenschapsgebieden. Omdat de minister vooralsnog geen ruimere middelen beschikbaar heeft gesteld, blijkt aanpassing van de taken en structuur van de organisatie noodzakelijk. Het Algemeen Bestuur van NWO heeft hiertoe twee belangrijke maatregelen voorgesteld: concentratie van het onderzoek in grotere verbanden, en beperking van de rol van de werkgemeenschappen der stichtingen (geen geldgevende en project-beoordelende rol meer), teneinde onder andere meer beoordelingsrondes per jaar mogelijk te maken. Zoals bekend had de SMC al stappen ondernomen om het onderzoek in LAW-verband grootschaliger te organiseren (aandachtsgebieden, themajaren) en de beoordelingsprocedure te versnellen. Over de voorgestelde maatregelen zal in 1993 een beslissing vallen.

### *PIONIER*

Vanuit de wiskunde zijn in 1991 twee voorstellen ingediend voor subsidiëring in het kader van PIONIER, het NWO-programma voor persoonsgerichte groepssteun. Beide voorstellen (Statistics of spatial Information (prof. dr. A. Bad-

deley, CWI/RUL) en Sheaves and Logic (dr. I. Moerdijk, RUU) zijn in 1992 door het GB-E afgewezen. Over deze zeer teleurstellende gang van zaken (in de drie jaar van het bestaan van PIONIER heeft geen enkel wiskunde-voorstel het gehaald) is nader van gedachten gewisseld met het GB-E. Als een der oorzaken werd de onvoldoende presentatie van de voorstellen genoemd, vooral met betrekking tot de oriëntatie naar niet-wiskundigen.

#### *Beeldvorming*

Als een dieper liggende oorzaak van de zorgwekkend geringe aanwas van jonge onderzoekers bij de (technische) universiteiten wordt gezien de onbevredigende beeldvorming over de wiskunde bij beleidsmakers en het publiek in het algemeen, en in het bijzonder bij aankomende studenten. Reeds enkele malen is de SMC gevraagd om op reguliere basis bij te dragen aan de verbetering van het beeld van de wiskunde naar buiten door middel van voorlichting over de wiskunde en het wiskundig onderzoek in het algemeen. De SMC zou op dit verzoek gaarne ingaan; praktische problemen (waaronder het ontbreken van financiering) staan momenteel nog in de weg.

#### *Aandachtsgebieden, jaarthema's*

Als vervolg op het jaarthema voor 1992 *Logica* is voor 1993 de keuze gevallen op *Stochastiek*. Er zijn twee voorstellen uitgewerkt voor een nieuw aandachtsgebied: *Algoritmen in de Algebra* en *Rekenintensieve methoden in de Stochastiek*. De keuze wordt in 1993 gemaakt.

#### *Beleidsruimte GB-E*

In het najaar van 1992 kondigde het GB-E aan dat het van NWO een bedrag van 4,2 Mfl extra structureel te verdelen had gekregen. Hiervan was nog 2,5 Mfl beschikbaar als 'vrije beleidsruimte', waarvoor voorstellen konden worden ingediend. Het Curatorium heeft gevraagd drie voorstellen nader uit te werken: bovenstaande LAW-voorstellen *Algoritmen in de Algebra* en *Rekenintensieve methoden in de Stochastiek*, en het nieuwe voorstel *Wavelets*. Eén voorstel zal worden geselecteerd en aan het GB-E worden voorgelegd. Het GB-E zal in het voorjaar van 1993 beslissen.

#### *NWO Prioriteitsprogramma's*

In het programma *Niet-lineaire Systemen* werden in 1992 de eerste projecten toegekend, waarbij de wiskunde-component goed was vertegenwoor-

digd. In het kader van dit programma heeft de SMC een aanvraag ingediend bij het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen voor een 'Dynamische Systemen Laboratorium', te financieren uit het Intentioneel Apparatuur Schema Midden. Inmiddels is voor 1993 *kf* 600 toegekend aan het CWI, waar het Laboratorium zal worden ondergebracht.

Een door FOM/SION ingediend voorstel voor een prioriteitsprogramma *Massaal Parallel Rekenen* werd door NWO terugverwezen, mede vanwege het vooralsnog te smalle draagvlak. De SMC is vervolgens, als een der belanghebbende NWO-stichtingen, betrokken bij de nadere gedachtenvorming rond dit onderwerp.

#### *CWI*

Na de ingrijpende reorganisatie die het CWI in de loop van 1991 onderging, is het instituut in 1992 van start gegaan met een programma dat streeft naar een nieuw evenwicht ten opzichte van de veranderingen in de beoefening van de wiskunde en de informatica die zich nu in snel tempo voltrekken. Dit programma is neergelegd in de notitie *Mobile* (najaar 1992), als vervolg op het reeds eerder verschenen Interim Policy Document 1993-1997. Centraal in deze heroriëntering staan een sterkere aandacht voor de toepasbaarheid van het onderzoek - daarbij overigens onverkort vasthoudend aan het fundamentele karakter van dat onderzoek - en een grotere nadruk op kennisoverdracht naar de maatschappij. Hierdoor profileert het CWI zich ook duidelijker ten opzichte van nieuwe ontwikkelingen zoals de onderzoekscholen. Voor de SMC is dit zoeken naar een nieuwe positie in feite een permanent proces, dat alleen soms in een stroomversnelling raakt. Beide aspecten: toepasbaarheid en kennisoverdracht, staan al sinds de oprichting in het vaandel van de Stichting. Het belang van een instituut als het CWI is overigens nogmaals benadrukt in voornoemd rapport van de Verkenningcommissie Wiskunde.

#### **Wetenschapscommissie (WEC)**

De Wetenschapscommissie adviseert het Curatorium inzake het te voeren wetenschappelijk beleid van de Stichting. Voor de samenstelling van de Wetenschapscommissie op 31 december 1992 wordt verwezen naar Bijlage 1.

Aan de vergaderingen van de Wetenschapscommissie werd, met raadgevende stem deelgenomen door de wetenschappelijk directeur van

de SMC, prof. dr. P.C. Baayen. Het uitvoerend secretariaat beruiste bij W.A.M. Aspers. Het Dagelijks Bestuur Wetenschapscommissie werd gevormd door prof. dr. ir. H. Kwakernaak, prof. dr. D. Siersma, prof. dr. E.M. de Jager (tot 1 september) en prof. dr. G. van Dijk (vanaf 1 september).

De Wetenschapscommissie kwam in het verslagjaar drie maal bijeen en wel op 6 mei, 24 september en 10 november. De vergaderingen werden bijgewoond door dr. N.J. Kos (namens de directeur NWO) en prof. dr. J.H.M. Steenbrink (namens het Curatorium van de Stichting).

De vergadering van 6 mei was gewijd aan het algemeen beleid van de Stichting en in het bijzonder aan de bespreking van het rapport van de Verkenningcommissie Wiskunde. Verder werd aandacht besteed aan de financiële vooruitzichten 1993, de ingediende voorstellen voor aandachtsgebieden en centrale jaarthema's en de beoordeling van het CWI-onderzoek door de Wetenschapscommissie.

De vergadering van 24 september was eveneens gewijd aan het algemeen beleid van de Stichting en in het bijzonder aan het thema High Performance Computing. Verder werd aandacht besteed aan het thema Dynamische Systemen Laboratorium, de beoordeling van de centrale jaarthema's 'Stochastiek' en 'Liegroepenrepresentaties en toepassingen', het Huishoudelijk Reglement SMC en de bespreking van het rapport van de Strategiecommissie Onderzoekscholen Wiskunde.

De vergadering van 10 november was voornamelijk gewijd aan de bespreking van de nota 'Toekomstige werkwijze en organisatiestructuur NWO' en de wetenschappelijke beoordeling van de ingediende subsidie-aanvragen en aandachtsgebieden in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde. In het hoofdstuk Landelijke Activiteiten Wiskunde van dit jaarverslag wordt uitvoerig ingegaan op de genoemde nota.

In totaal werden voor 1993 72 plaatsen aangevraagd bij 67 projecten. Hierbij ging het om 28 nieuwe plaatsen en 44 plaatsen voor continuering. Van de 44 continueringaanvragen (37 oio's en 7 post-docs) gaven de meeste geen aanleiding tot commentaar; zij werden alle voor honorering voorgedragen. Daarnaast werd geadviseerd tot honorering van 2 post-doc plaatsen en het samenwerkingsproject SION/SMC WINST (Samenwerkingsthema's Wiskunde en Informatica). Er werd dus geen oio-voorstel voor honorering voor-

gedragen. Deze beslissing werd genomen in het kader van de toekomstige werkwijze en organisatiestructuur NWO. Er wordt geen beslissing genomen welk aandachtsgebied voor honorering wordt voorgedragen. Het aandachtsgebiedenbeleid van de Stichting werd in 1992 doorkruist door het vrijkomen van middelen bij NWO (de zogenaamde beleidsruimte GB-E, waarover in het hoofdstuk Landelijke Activiteiten Wiskunde meer). Verder werd aandacht besteed aan de begroting 1993.

Het Dagelijks Bestuur Wetenschapscommissie kwam in het verslagjaar zes maal bijeen en wel op 17 januari, 27 februari (met Dagelijks Bestuur Curatorium), 9 april, 19 juni, 21 augustus en 22 oktober. De vergaderingen werden bijgewoond door de wetenschappelijk directeur SMC, prof. dr. P.C. Baayen. De vergaderingen hadden als doel de voorbereiding van de agenda van de Wetenschapscommissie en alles wat daarmee samenhangt. Daarnaast waren de volgende zaken gedelegeerd aan het Dagelijks Bestuur Wetenschapscommissie:

- het begeleiden en bewaken van door de Wetenschapscommissie geïnitieerde activiteiten;
- het toetsen van door de projectleiders voorgedragen kandidaten voor een oio- of post-doc plaats in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde;
- het voeren van overleg met diverse interne en externe organen en instanties;
- het begeleiden van de commissies die belast zijn met de uitvoering van de aandachtsgebieden en centrale jaarthema's.

### **De Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW)**

De Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW) subsidieert universitair onderzoek en, onder bepaalde voorwaarden, onderzoek in para-universitaire instituten met een zuiverwetenschappelijke doelstelling. Criteria voor subsidiëring zijn wetenschappelijke kwaliteit en utilisatie. In deze context betekent utilisatie dat voor de verwachte resultaten van het onderzoek concrete gebruikers zijn aan te wijzen, dan wel dat door het onderzoek een aanwijsbaar veld van toegepast onderzoek wordt ontsloten of dat bepaalde belemmeringen of beperkingen die technische vooruitgang op het desbetreffende gebied tot nu toe in de weg stonden, worden opgeheven.

Als een belangrijk middel om te bevorderen dat een onderzoek leidt tot resultaten die zo goed

mogelijk beantwoorden aan de behoeften van de potentiële gebruikers, en dat de verworven kennis ook effectief aan hen wordt overgedragen, ziet de STW het instellen van een Gebruikerscommissie. Zoals de naam reeds zegt, zal zo'n commissie in eerste instantie bestaan uit (vertegenwoordigers van) potentiële gebruikers. Dikwijls zal een gebruikerscommissie belast zijn met de begeleiding van een specifiek project, maar in andere gevallen kan een bepaalde gebruikerscommissie wellicht dienst doen voor een groep van projecten. Het secretariaat van de gebruikerscommissies, voor zover het wiskundeonderzoek betrof, berustte bij de Stichting Mathematisch Centrum.

In 1991 zag de STW zich genoodzaakt een honoreringsstop af te kondigen. Er was geen geld meer om nieuwe aanvragen te honoreren. In april 1992 werd bekendgemaakt dat subsidie van technisch-wetenschappelijke projecten weer in behandeling kon worden genomen. Onderstaande SMC-aanvragen werden gehonoreerd:

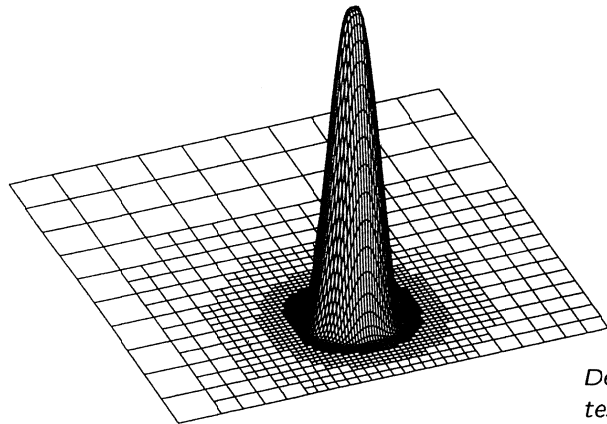
- Parameteridentificatie en modelanalyse voor niet-lineaire dynamische systemen (prof. dr. P.W. Hemker, CWI);
- Parallel codes for circuit analysis and control engineering (prof. dr. P.J. van der Houwen (CWI) en dr. W. Hoffmann (UvA));
- ACELA-Architecture of a computer environment for Lie Algebras (prof. dr. A.M. Cohen, TUE).

### Onderzoek

Het onderzoeksprogramma van de SMC wordt uitgevoerd enerzijds in LAW-verband, en anderzijds op het CWI. Elders in dit Jaarverslag wordt uitgebreid aandacht gegeven aan het onderzoek binnen de Landelijke Werkgemeenschappen, terwijl het CWI-onderzoek centraal staat in deel 2 van dit jaarverslag, het Annual Report. Daarom beperken we ons hier tot enkele algemene aspecten van het onderzoek.

Een belangrijke trend in het onderzoek is dat dit veel meer dan voorheen plaatsvindt in grotere, samenhangende kaders, lopend van bilaterale samenwerkingsovereenkomsten tot deelname in grootschalige, internationale programma's, zoals die bijvoorbeeld zijn opgezet door de Europese Commissie (ESPRIT, Human Capital & Mobility) of door Japan (Real World Computing). Die trend vindt men terug in het huidige onderzoeksprogramma van de SMC (zowel het programma van het CWI als van de LAW) en zo-

wel het bijbehorende onderzoekspotentieel als de ondersteunende infrastructuur zijn er goed voor uitgerust om dit programma uit te voeren. Zo is bij het CWI op die grotere samenhang al enkele jaren geleden ingespeeld, onder meer door de synergie tussen wiskunde en informatica waar mogelijk te bevorderen, en door het definiëren van multidisciplinaire onderzoeksprogramma's, waaraan diverse groepen binnen en buiten het CWI deelnemen. Het programma *Wiskunde & Milieu* is begin 1992 van start gegaan, voorafgegaan door *Multimedia* in 1991.



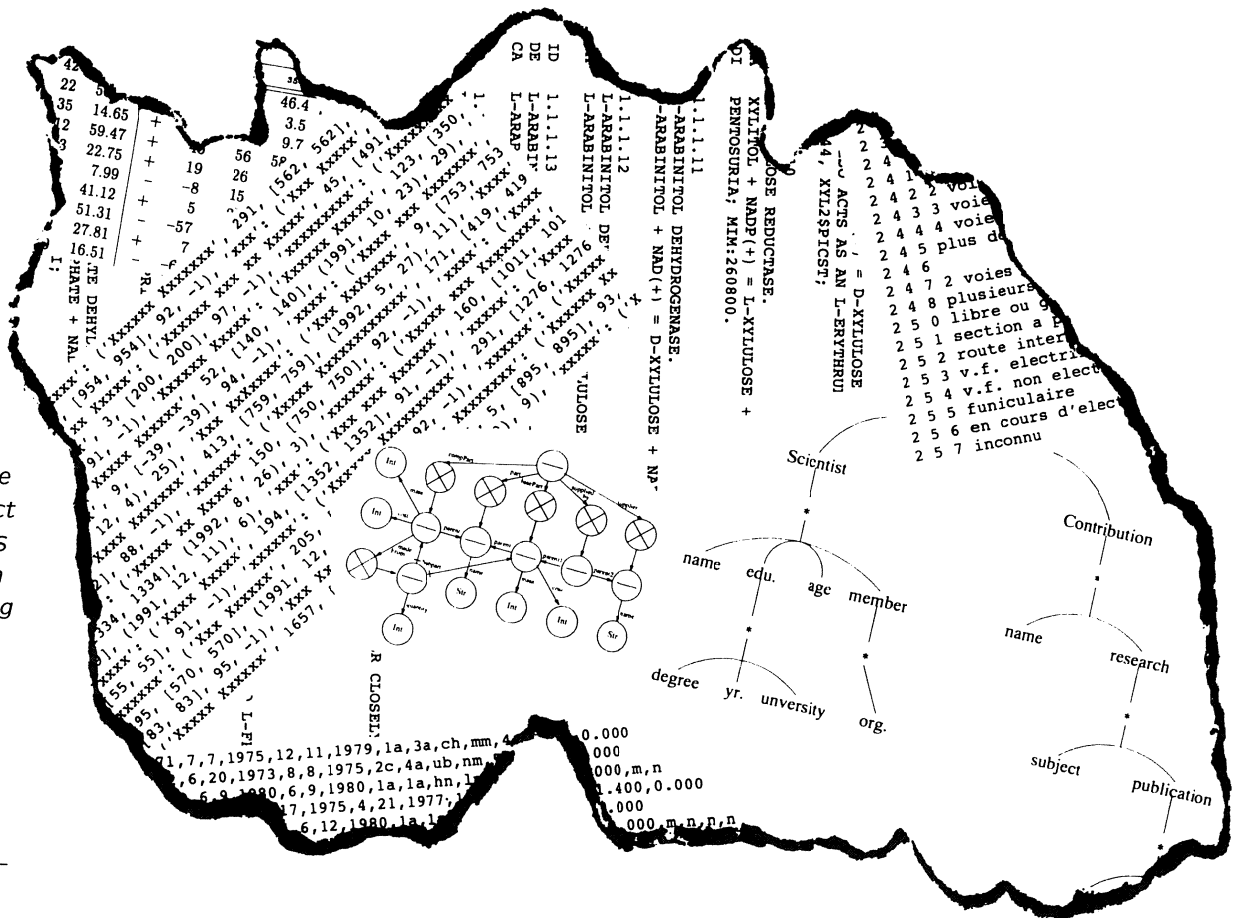
*De Molenkamp test is een veelgebruikte methode voor het testen van de betrouwbaarheid van numerieke modellen voor luchtvervuiling, zoals de uitstoot van gassen door fabrieken.*

Een ander programma, *Wetenschappelijke Visualisering* is in het verslagjaar voorbereid. Een ander voorbeeld van inbedding in een groter kader is het onderzoek op het gebied van *High Performance Computing and Communication*. Aansluitend op het op initiatief van de Europese Commissie hierover samengestelde Rubbia-rapport is men in 1992 in Nederland begonnen met het opzetten van een onderzoeks-infrastructuur. Het CWI speelt daarbij een actieve rol. Zo zijn er voorbereidingen getroffen tot samenwerking tussen het CWI en de UvA op het gebied van computer-ondersteund onderzoek aan complexe systemen.

De in de beleidsdocumenten van de SMC vastgelegde algemene richtlijnen voor het CWI worden jaarlijks geconcretiseerd in een Insti-tuutsplan, dat in 1992 in een nieuwe opzet werd opgesteld.

Nadat enkele jaren geleden het budget van de Stichting SION een substantiële injectie had ge-kregen, kon ook de SMC bij SION projectvoor-stellen indienen. Dit was, na de versterking van de relatie tussen SMC en SION op beleidsniveau (benoeming van drie SMC-curatoren, waaron-der de vice-voorzitter, op voordracht van SION), resulterend in geregeld bestuurlijk overleg en be-leidsafstemming, een betere en concrete stap in dezelfde richting op het gebied van onderzoek. Als resultaat groeide het aantal aan het CWI toe-gekende SION-projecten van één in 1990 en twee in 1991 tot vier in 1992 en vijf in 1993.

Het CWI heeft sinds de invoering van de Eu-ropeese Kaderprogramma's zo'n tien jaar geleden altijd met succes daarin meegedongen (ESPRIT, RACE, BRITE, SCIENCE, COMETT). Tot nu toe lagen de meeste ESPRIT-projecten waarin het CWI deelnam op het terrein van de program-meertechnologie. In 1992 werd dit zwaartepunt drastisch verschoven met de toekenning van een drietal grootschalige projecten op geheel andere terreinen: *PYTHAGORAS* (onderzoek naar de kwaliteit van nieuwe database management syste-men), *CAFE* (Conditional Access For Europe: veiligheid en privacy van betalingsverkeer via computernetwerken) en *MADE* (Multimedia Ap-plication Development Environment: bouw van een object-georiënteerde software-basis met bij-behorend programmeergereedschap).



In het door het CWI gecoördineerde ESPRIT-project PYTHAGORAS werkt men aan de ontwikkeling van een Software Testpilot, waardoor met beperkte inspanning de betrouwbaarheid en kwaliteit van een database management system kan worden getest.



In de eerste twee projecten heeft het CWI een leidende rol toegewezen gekregen. Deze unieke situatie onderstreept nogmaals het vertrouwen van de internationale onderzoeksgemeenschap in het CWI als instituut voor grensverleggend onderzoek en kennisoverdracht. Ook blijkt hieruit dat het CWI ook bij het ESPRIT-programma van de jaren negentig, dat steeds sterker is gericht op concrete toepassingen, uitstekend aansluiting blijft vinden.

### **Kennisoverdracht, centrumfunctie**

Kennisoverdracht en het uitoefenen van een centrumfunctie behoren tot de kernmissie van de SMC en de Stichting geeft daaraan gestalte op een veelheid van manieren. De kennisoverdracht naar toepassingen is een ook op Europees niveau erkende prioriteit. Het CWI heeft zich bij zijn onderzoekskeuzes altijd laten leiden door maatschappelijke vraagstellingen. Naast de deelname aan nationale en internationale programma's vormt de verruiming van opdrachten voor derden (industrie, overheid, grote technologische instituten (GTI's)) een belangrijk doel. In 1992 is de ontwikkeling van deze bron met kracht ter hand genomen. Deze activiteit is, naast een mogelijke bron van inkomsten, vooral ook een bron van inspiratie voor hoogwaardig fundamenteel onderzoek, dat aldus stevig is verankerd in een maatschappelijke behoefte. Gezien de lengte van het traject van fundamenteel onderzoek naar toepassingen streeft het CWI naar strategische samenwerking met instellingen als de GTI's en TNO (de Nederlandse organisatie voor toegepast natuurwetenschappelijk onderzoek), die bij uitstek geschikt zijn om als intermediair te fungeren. Aan het eind van 1992 waren er ruim zestig contacten met derden, in diverse stadia van concretisering.

De systematische aandacht die het CWI is gaan geven aan de verwerving van onderzoeksopdrachten kreeg in 1992 onder meer gestalte met de organisatie van een presentatiedag *CWI in Bedrijf*, waarop aan een zestigtal geïnteresseerden, voornamelijk afkomstig uit industrie en overheid, door middel van lezingen en demonstraties een staalkaart werd geboden van de mogelijkheden die het CWI heeft voor het uitvoeren van onderzoeksopdrachten. Besloten is zo'n dag tot een jaarlijks terugkerend evenement te maken.

Een belangrijk deel van de kennisoverdracht vindt plaats door middel van conferenties, work-

shops en cursussen, waarvan wij hier enkele noemen.

- De door CWI-medewerkers geleide succesvolle ERCIM-cursussen *Large Scale Parallel Scientific Computing* (H.J.J. te Riele) en *User Interfaces for Picture Systems* (P.J.W. ten Hagen) werden respectievelijk één- en tweemaal gegeven (in Engeland en Frankrijk).
- De workshop *Semantics: Foundations and Applications*, onderdeel van het programma REX (Research and Education in Concurrent Systems), trok een vijftigtal deelnemers. In 1993 zal dit programma, na een looptijd van tien jaar, worden besloten met een groot symposium.
- Het CWI was verantwoordelijk voor de programmering van de grote *Joint International Conference and Symposium on Logic Programming*, gehouden te Washington D.C. (voorzitter programmacommissie K.R. Apt).
- Rond vijftig belangstellenden trok de mede door het CWI georganiseerde *Summer School in Group Theory*, gehouden bij de Universiteit Twente.
- Zo'n 200 onderzoekers namen deel aan de elfde *Benelux Meeting on Systems & Control*, die in 1992 in Nederland plaatsvond.
- Tenslotte was het onderwerp van de traditionele vakantiecursus voor leraren dit jaar *Systeemtheorie*.

Naast de vele publikaties in tijdschriften, congresverslagen, en dergelijke, verschenen er ook diverse boeken, geschreven door of met medewerking van CWI-onderzoekers. Hier noemen wij de volgende:

- *Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 3* (E.G. Coffman Jr., J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, editors);
- *Analysis of Random Walks* (J.W. Cohen);
- *Proceedings of the REX Workshop Real-Time: Theory in Practice* (J.W. de Bakker, W.P. de Roever, G. Rozenberg, editors);
- *Ten Years of Concurrency Semantics - selected papers of the Amsterdam Concurrency Group* (J.W. de Bakker, J.J.M.M. Rutten, editors);
- *Computer Graphics and Mathematics* (B. Falcidieno, I. Herman, editors).

Behalve het publiceren van onderzoeksresultaten is een van de belangrijkste vormen van kennisoverdracht het kweken van wetenschappelijk kader dat vervolgens een plaats vindt elders in

de maatschappij. Zoals bekend is de SMC op diverse fronten nauw verweven met de academische wereld: men denke aan de verantwoordelijkheid voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde, de vele CWI-stafleden met een deeltijd-hoogleraarschap en de academische promoties van jonge medewerkers. Wat dit laatste betreft was 1992 een topjaar, met maar liefst zestien promoties van CWI-medewerkers (vijf van de afdeling Numerieke Wiskunde, drie van de afdeling Algoritmiek & Architectuur en twee van elk van de overige afdelingen) en zes medewerkers aan LAW-projecten (zie Bijlage 2).

Op het internationale vlak werd de centrumrol van het CWI verder versterkt door het besluit tot oprichting van *RIACA* (Research Institute for Applications of Computer Algebra) door de Stichting Computer Algebra Nederland (CAN), het Research Institute for Symbolic Computation (RISC) van de Johannes Kepler Universiteit te Linz en de SMC. Dit instituut zal - evenals het bureau van CAN - worden gehuisvest bij het CWI, terwijl de SMC als penvoerder optreedt.

## **ERCIM**

De ontwikkeling van het Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM) gaat met grote schreden voort. In 1992 traden Noorwegen (SINTEF-DELAB), Griekenland (FORTH-ICS) en Zweden (SICS) toe. Het consortium telt thans negen leden uit Noord-, West- en Zuid-Europa, alle nationale onderzoeksinstituten op het gebied van informatica en toegepaste wiskunde. Met een totaal van bijna vierduizend onderzoekers kan en wil ERCIM een vooraanstaande rol spelen bij het sturen en realiseren van het Europese onderzoeksbeleid in de informatietechnologie.

In 1992 is ERCIM geregistreerd (onder de Franse wet) als Europees Economisch Samenwerkingsverband (EEIG). Hierdoor kan ERCIM officieel optreden namens zijn leden binnen de Europese Gemeenschap bij het verwerven van middelen voor onderzoek, of als partner in gemeenschappelijke projecten met derden. Het eerste resultaat was de toewijzing van 600.000 ECU in het kader van het EC-programma Human Capital and Mobility, ter ondersteuning van ERCIM's beurzenprogramma. Hierdoor kon de ronde 1992/93 worden uitgebreid van zes tot negen beurzen. De duur van een beurs is achtien maanden, door te brengen op drie (bij voorkeur) of twee ERCIM-instituten. De ERCIM-

cursussen voor gevorderde onderzoekers werden al gesteund door het EC-programma COMETT II.

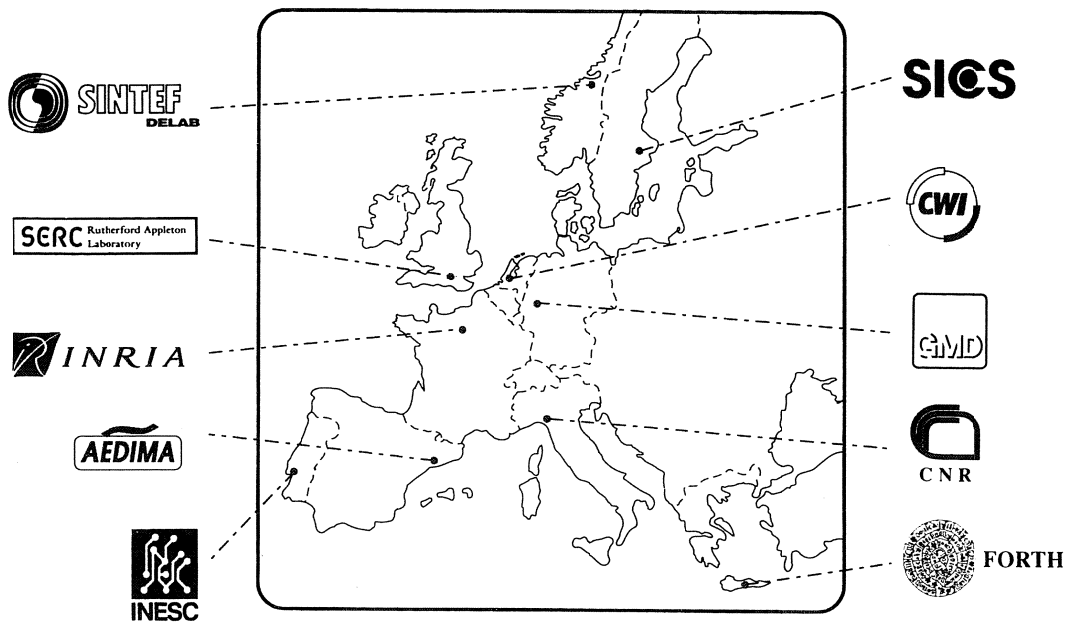
Een belangrijke, en door de snelle groei ook noodzakelijke stap in de ontwikkeling van ERCIM was de vorming van een krachtig Executive Committee ter uitvoering van het door de ERCIM-directeuren (president: prof. Cor Baayen, CWI) vastgestelde beleid. Onder voorzitterschap van prof. Bob Hopgood (RAL) werd een business plan opgesteld dat heeft geleid tot activiteiten op diverse fronten. De EC-steun aan het ERCIM-beurzenprogramma was de eerste concrete vrucht van deze activiteiten. Ook werd een officiële reactie opgesteld op het Vierde Kaderprogramma van de Europese Commissie. Daarin dringt ERCIM aan op een concentratie op strategisch onderzoek, in afwijking van de huidige tendens zich direct op de markt te richten. Verder werd in principe besloten als Europese partner deel te nemen aan het Japanse Real World Computing project. Tenslotte gaf ERCIM acte de présence op de jaarlijkse ESPRIT-week in Brussel.

Behalve ERCIM News - het kwartaalblad van het Consortium - verschenen er nog diverse andere ERCIM-publikaties:

- proceedings van de halfjaarlijkse workshops in Pisa (Numerical Linear Algebra, Software Quality, Knowledge Representation) en Heraklion (Network Management, Software Reuse, Parallel Architectures for Computer Vision, Numerical Methods in Wave Propagation);
- Strategic Research: a Major Focus for the Fourth Framework Programme;
- een aantal rapporten van ERCIM-fellows.

## **Financiën**

De belangrijke financiële steun van NWO aan de SMC bedroeg in 1992 *f* 15.592.000,- ten behoeve van de exploitatie van het CWI en *f* 2.666.000,- ten behoeve van de Landelijke Activiteiten Wiskunde. Daarnaast droeg NWO bij in de investeringen van het Instituut voor een bedrag van *f* 2.200.000,- waarvan *f* 1.000.000,- ten laste kwam van de gelden die NWO ontving van de minister van Onderwijs en Wetenschappen in het kader van het Intentioneel Apparatuur Schema (IAS). In de NWO-steun was begrepen een bedrag van maximaal *f* 1.172.000,- voor de exploitatie en *f* 134.000,- voor de investeringen van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA).



*De leden van het European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM).*

Deze bedragen betreffen de financiering van het computergebruik bij SARA door het CWI en door andere met NWO gelieerde instanties en onderzoekers die door tussenkomst van de SMC toegang hadden tot de SARA-apparatuur.

De Jaarrekening van de Stichting verschijnt nu (boekjaar 1992) voor het eerst als aparte publicatie. Het accountantskantoor Coopers & Lybrand Dijker Van Dien heeft de financieel-administratieve verantwoording inzake het boekjaar 1992 gecontroleerd en daarover een goedkeurende verklaring afgegeven.

### **Bibliotheek en Informatiedienst**

In het verslagjaar kwam de Bibliotheekcommissie negen maal bijeen. Aan de orde kwamen onder meer het aanschafbudget voor boeken, de automatisering, het bibliotheekplan voor 1993 en de bezuiniging op de uitgaven voor tijdschriften. De wetenschappelijke afdelingen gaven advies inzake de aanschaf van boeken en van abonnementen op tijdschriften. Daarnaast verleenden zij

medewerking bij het classificeren van de nieuwe boeken.

Met name door de sterke prijsstijgingen van de tijdschriften en het grote aantal nieuwe tijdschrifttitels was het aanschafbudget onvoldoende. Omdat voor de komende jaren slechts gerekend kan worden op een constant budget op het niveau van 1991, is aan het eind van het verslagjaar een begin gemaakt met een ingrijpende bezuiniging op de uitgaven voor tijdschriften. Zolang het budget constant blijft zal jaarlijks de tijdschriftencollectie moeten worden uitgedund.

Door de aanschaf van een onder UNIX werkend bibliotheekstelsel van SIEMENS, werd een volgende belangrijke stap gezet op het gebied van de automatisering van de bibliotheek. Veel tijd en mankracht is gestoken in het tijdig (in verband met het afstoten door SARA van de Cyber-lijn) operationeel maken van het nieuwe systeem. In september was de eerste terminal voor online raadpleging van de catalogus door bezoekers van de bibliotheek beschikbaar. In-

middels was het systeem reeds enige maanden als catalogiseersysteem operationeel. In 1993 volgen de raadpleegmogelijkheden via het netwerk zowel voor het CWI als voor derden. Bovendien zullen het uitleenmodule en het bestelmodule operationeel worden. De raadpleegmogelijkheid via netwerken door derden accentueert de feitelijke landelijke functie van de bibliotheek. Met het beschikbaar komen van de online raadpleegmogelijkheid van de catalogus ging een zeer lang gekoesterde wens in vervulling.

Hoewel de bibliotheek nog geen actief deelnemer is van het Amsterdams bibliotheeknetwerk 'Adamnet', werd toch een aantal malen deelgenomen aan het overleg in dit kader. Een van de belangrijkste doelstellingen van 'Adamnet' betreft de realisering van het wederzijds online raadplegen van de bibliotheekcatalogi. Voorts is een doelstelling het bevorderen van de samenwerking in de regio. Met de bibliotheken van de faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Amsterdam en de bèta-bibliotheek van de Vrije Universiteit, alsmede met een aantal andere bibliotheken in den lande werden uitstekende werkcontacten onderhouden.

Ten behoeve van de informatieverzorging werden door de informatiemedewerker 100 (v.j. 110) opdrachten voor het literatuurzoeken in externe databases uitgevoerd. Sinds het begin van het verslagjaar zijn twee bibliografische bestanden op CD-ROM door bibliotheekgebruikers zelf raadpleegbaar. Het betreft:

- CompactMath (elektronische versie van het 'Zentralblatt für Mathematik') vanaf 1985;
- CompArch (elektronische versie van de 'Computing Reviews');
- 'ACM Guide to Computing Literature' vanaf 1982.

Na strenge selectie en evaluatie door de wetenschappelijke afdelingen, werden 57 (v.j. 70) nieuwe abonnementen aan de collectie toegevoegd. Een aantal titels hiervan behoort tot de lopende tijdschriftencollectie van het WG, die op het CWI is ondergebracht. Van de tijdschriftabonnementen werden er 41 door koop, 12 door ruil en 4 gratis verkregen.

De omvang van de bibliotheekcollectie bedraagt ongeveer 40000 boeken, circa 1500 abonnementen op tijdschriften (totale tijdschriftencollectie circa 34000 banden) en circa 100000 wetenschappelijke rapporten.

Ten slotte neemt de bibliotheek van de SMC

deel in het EC-project *RIDDLE* (Rapid Information Display and Dissemination in a Library Environment). Daarin wordt onderzocht in hoeverre via de automatische opslag van de inhoudsopgave van tijdschriften de informatie over de afzonderlijke bijdragen kan worden ondergebracht in een online catalogus.

## SARA

De Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA) is indertijd door de Universiteit van Amsterdam (UvA), de Vrije Universiteit (VU) en de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) opgericht ten behoeve van het rekenwerk van deze stichters. Inmiddels heeft SARA naast deze regionale taak ook reeds lang een landelijke taak: zij huisvest de nationale supercomputer. Voor de regionale dienstverlening beschikt SARA over een IBM ES/9000-720 systeem met 6 processoren, ieder voorzien van een vector-faciliteit. De landelijke supercomputer is een CRAY Y-MP4/64. In het kader van het continu verkennen van nieuwe ontwikkelingen treedt SARA sinds eind 1992 op als technisch beheerder van een Parsytec GCel-3/512 massaal parallelle computer die onder andere met middelen van de faculteit Wiskunde en Informatica van de UvA en de SMC is aangeschaft voor research-doeleinden.

Het jaar 1992 was vooral het jaar waarin de Cyber 995 computer buiten gebruik werd gesteld, waarmee een eind is gekomen aan een lange periode van service op CDC-machines. Door de buitengewoon goede dienstverlening van alle betrokken medewerkers van SARA heeft de conversie van programmatuur en gegevens geen problemen opgeleverd. Zo moesten tienduizenden tapes worden beoordeeld op de bruikbaarheid van hun inhoud en vervolgens al dan niet worden overgezet naar nieuwe tapes die gelezen konden worden door het IBM-systeem.

De in 1991 gestartte AIX-service op de IBM is dermate in trek dat ruim 50% van al het rekenwerk op de IBM zich onder dit operating systeem afspeelt. Ondanks zijn kennelijke bruikbaarheid voor gebruikers, is het nog steeds niet een volwaardig systeem vanuit het standpunt van een beheerder. Zo ontbreekt een budgetteringssysteem en is het moeilijk een volwaardige Pascal-compiler te verwerven. AIX en haar verdere ontwikkeling blijven dan ook een bron van zorg.

De totale omvang van het rekenwerk is verder gegroeid door het besluit reeds in 1992 de

gehele technische capaciteit van de machine ter beschikking te stellen. Een record van 416 miljoen Standaard Eenheden (MSE) was het gevolg.

Aan het eind van 1992 is de inschrijving ge-

opend voor de reeds bij de in gebruikstelling geplande vervanging van de Cray machine per ultimo 1993.

De gebruikscijfers blijken uit het volgende overzicht:

Gebruik 1992 (in MSE)					
	IBM 3090/MVS	IBM 3090/CMS	IBM 3090/AIX	Cyber 995	Totaal
UvA	37.08	58.29	96.95	11.74	204.06
VU	32.43	10.87	112.36	15.09	170.75
SMC	6.46	13.92	19.54	1.36	41.28
Totaal	75.97	83.08	228.85	28.19	416.09
Verdeling van het SMC gebruik (in MSE)					
	1992	1991	1990	1989	1988
CWI	2.95	1.27	2.30	4.33	6.10
FOM-instituten	38.33	34.64	24.52	17.79	22.02
Totaal	41.28	35.91	26.82	22.12	28.12

# LANDELIJKE ACTIVITEITEN WISKUNDE

## Beleid

### Inleiding

Op 1 januari 1981 werden door het toenmalige ZWO voor de wiskunde vijf werkgemeenschappen en twee landelijke samenwerkingsverbanden erkend en onder de hoede van de Stichting Mathematisch Centrum geplaatst. Deze werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden waren tot stand gekomen dank zij de inspanningen van de Nederlandse Commissie voor de Wiskunde van de KNAW. Bij die gelegenheid werd ter ondersteuning van het Curatorium de Wetenschapscommissie van de Stichting ingesteld.

In de eerste tien jaar heeft bij de Wetenschapscommissie een zwaar accent gelegen op de beoordeling, selectie, begeleiding en evaluatie van de projectvoorstellen die door de universitaire onderzoekers werden ingediend. Uiteraard stonden geregeld beleidszaken op de agenda, maar door de Wetenschapscommissie, de landelijke werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden waren weinig nieuwe initiatieven ontwikkeld.

Inmiddels is ZWO overgegaan in NWO. Anders dan de vroegere Adviescommissie Exacte Wetenschappen vraagt het Gebiedsbestuur uitdrukkelijk om duidelijke en goed onderbouwde initiatieven vanuit de stichtingen. Daar komt nog bij dat de forse bezuinigingen in de wetenschappelijke staven van de faculteiten wiskunde en informatica en de bezuinigingen waaraan het CWI wordt onderworpen, dwingen tot een strakkere strategie ten aanzien van het onderzoek en in het bijzonder het door de tweede geldstroom gefinancierde onderzoek. Tevens is een nadere bezinning geboden op een beleid waardoor meer steun uit de tweede geldstroom verkregen zou kunnen worden. Dit is van belang omdat NWO zelf nieuwe instrumenten heeft ontworpen voor extra financiële middelen, bijvoorbeeld persoonsgerichte groepssteun (PIONIER), aandachtsgebieden, prioriteitsprogramma's, stimulus en dergelijke.

### Aandachtspunten 1992

De Wetenschapscommissie die ten aanzien van het door NWO gefinancierde onderzoek zwaarwegende adviezen aan het Curatorium geeft, ondersteunt de meer programmatische aanpak van NWO en heeft een belangrijke rol gespeeld bij de ontwikkeling van nieuwe initiatieven zoals aandachtsgebieden en centrale jaarthema's.

### Aandachtsgebieden

De omvang van een aandachtsgebied zal gemiddeld 4 à 5 oio- en post-doc-plaatsen bedragen en de duur gemiddeld 4 à 5 jaar. Daarbij zullen eveneens buitenlandse experts en bezoekers worden betrokken. Het streven is om in twee jaar te komen tot drie van dergelijke versterkte aandachtsgebieden.

Mogelijke uitgangspunten voor het aanwijzen van aandachtsgebieden zijn:

- terreinen binnen de wiskunde, die in Nederland nu of in de nabije toekomst als belangrijk worden gezien (als fundamenteel onderzoek, vanwege toepassingsgerichtheid of om maatschappelijke redenen);
- gebieden binnen de wiskunde waar veelbelovend (jong) talent aanwezig is.

In 1992 is een eerste aandachtsgebied op deze wijze van start gegaan en wel het onderwerp *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*. Dit aandachtsgebied sluit goed aan bij het door NWO geïnitieerde prioriteitsprogramma *Niet-lineaire systemen*.

Namens de Wetenschapscommissie heeft het Dagelijks Bestuur Wetenschapscommissie de werkgemeenschappen uitgenodigd voorstellen voor nieuwe aandachtsgebieden in te dienen. Bij het Bureau SMC waren de volgende voorstellen voor aandachtsgebieden binnengekomen:

- Computational Fluid Dynamics;
- Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek;
- Toepassingen van de Discrete Wiskunde;
- Operatorentheorie;
- Algoritmen in de Algebra.

De Wetenschapscommissie heeft de Werkgemeenschap Stochastiek en de Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde uitgenodigd hun voorstellen *Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek* respectievelijk *Algoritmen in de Algebra* nader uit te werken. Aan het einde van het verslagjaar was nog niet beslist welk van de twee aandachtsgebieden in 1993 van start zal gaan. Een en ander is afhankelijk van honorering van voorstellen die zijn ingediend in het kader van de Beleidsruimte GB-E (zie hieronder).

#### *Centrale jaarthema's*

Landelijk is er een grote behoefte aan de mogelijkheid om jaarlijks twee onderwerpen binnen de wiskunde op een meer uitvoerige wijze aan de orde te stellen. Daarbij denkt de Stichting zowel aan onderwerpen waarop in Nederland nog geen onderzoek is gestart en waarbij het van belang is dat Nederland daarin gaat participeren, als aan onderwerpen waarop Nederlandse onderzoekers reeds werkzaam zijn en waar, door een wat intensiever en langduriger contact van Nederlandse en uit te nodigen buitenlandse experts, een sprong voorwaarts in het onderzoek mogelijk is.

Door middel van allerlei op elkaar afgestemde activiteiten (symposia, seminars, werkgroepen) krijgen deze onderwerpen landelijk extra aandacht. Vanzelfsprekend denkt men met name aan participatie van buitenlanders. Prominente buitenlandse onderzoekers zullen één of meer maanden in Nederland verblijven en binnen Nederland zal men een groep van jonge en veelbelovende wiskundigen intensief bij zo'n centraal thema betrekken.

In het najaar van 1992 is het centraal jaarthema *Logica* van start gegaan. Dit jaarthema zal in 1993 in het voorjaar worden voortgezet.

Naar aanleiding van een schrijven gericht aan de dagelijkse besturen van de werkgemeenschappen waren bij het Bureau SMC vier voorstellen voor een centraal jaarthema 1993-1994 binnengekomen:

- Centraal Jaarthema Stochastiek 1993;
- Discrete Random Algorithms;
- Themajaar Niet-Lineaire Partiële Differentiaalvergelijkingen;
- Liegroepenrepresentaties en Toepassingen.

De Wetenschapscommissie heeft de Werkgemeenschap Stochastiek en de Werkgemeenschap Analyse uitgenodigd hun voorstellen *Centraal Jaarthema Stochastiek 1993* respectievelijk

*Liegroepenrepresentaties en Toepassingen* nader uit te werken. Eind 1992 wees de Wetenschapscommissie het voorstel van de Werkgemeenschap Stochastiek *Centraal Jaarthema Stochastiek 1993* aan als centraal jaarthema voor 1993.

#### *PIONIER*

Het Gebiedsbestuur voor de Exacte Wetenschappen (GB-E) heeft voor de ronde 1992 zeven aanvragen voor PIONIER-subsidies ontvangen via de stichtingen in zijn sector. Daartoe behoorden ook de aanvragen *Statistics of Spatial Information* en *Sheaves and Logic* die waren ingediend door de Stichting Mathematisch Centrum. Helaas is er geen van de genoemde voorstellen gehonoreerd, gezien de door het GB-E opgestelde prioriteitsvolgorde en de financiële mogelijkheden.

#### *Beleidsruimte GB-E*

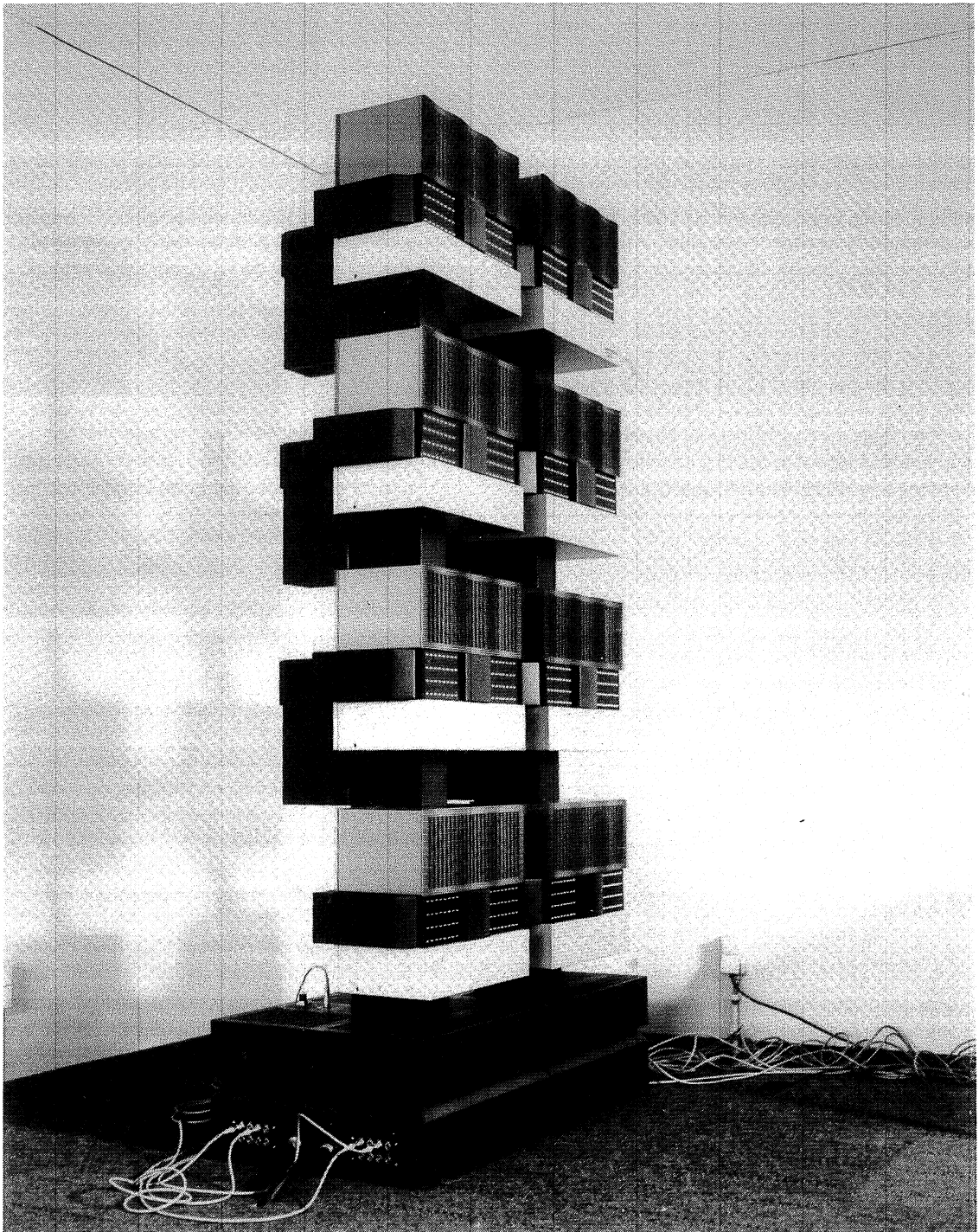
In het najaar 1992 werden het Gebiedsbestuur voor de Exacte Wetenschappen (GB-E), het Curatorium en Directie SMC aangenaam verrast met de aankondiging van het Algemeen Bestuur NWO dat er een beleidsruimte ter grootte van *kf* 4200 beschikbaar was gekomen. Aan deze beleidsruimte, er van uitgaande dat deze structureel kon worden gemaakt, is de volgende invulling gegeven:

- Proefprojecten Massaal Parallel Rekenen;
- Internationaal Studiecencentrum;
- Grootschalige geconcentreerde toewijzingen.

*Proefprojecten Massaal Parallel Rekenen.* De stichtingen FOM en SION hebben een voorstel voor een prioriteitsprogramma *Massaal Parallel Rekenen* bij NWO ingediend. Dit voorstel werd terugverwezen, mede op grond van het feit dat er weinig aandacht was besteed aan de inbreng van de wiskunde. Alvorens het voorstel aan het Algemeen Bestuur NWO aan te bieden, wilde het GB-E het draagvlak versterken. Tegelijkertijd wilde men, vooruitlopend op de goedkeuring van het prioriteitsprogramma enkele proefprojecten starten. Vanuit wiskundig perspectief moet het onderzoek op het gebied van Massaal Parallel Rekenen zich richten op de doeltreffendheid van parallelisatietechnieken en hun effectieve implementatie op parallelle machines. Teneinde het onderzoek op de essentiële punten gericht te houden en om de vruchten van de inspanningen te kunnen plukken, is het nodig dat realistische applicaties worden uitgewerkt.

De Wetenschapscommissie stelde voor een commissie te vormen die het geheel aan activiteiten rond Massaal Parallel Rekenen moet coördineren. De belangrijkste taken van deze commissie zouden moeten zijn:

- het voorbereiden van concrete voorstellen van proefprojecten ter voorbereiding van het NWO-prioriteitsprogramma;
- het vaststellen van onderzoekthema's vanuit de wiskunde en informatica voor het prioriteitsprogramma.



*De bij SARA opgestelde Parsytec GCel-3/512 massaal parallele computer.  
Foto: Bram de Hollander.*



*Internationaal Studiecentrum.* De Rijksuniversiteit Leiden heeft als eerste ingespeeld op het initiatief van het GB-E te komen tot de oprichting van een internationaal studiecentrum, een plaats waar wetenschappers uit de gehele wereld kunnen samenkomen om nieuwe initiatieven op een bepaald terrein te ontwikkelen en uit te werken. Daarbij kan worden gedacht aan een faciliteit waar een dertig- tot veertigtal wetenschappers, eminente hoogleraren en post-doc medewerkers, gedurende enkele maanden kunnen werken. In Leiden zijn er mogelijkheden dit initiatief vorm te geven. Voor een dergelijk centrum (Lorentz Centre for Astronomy, Mathematics and Physics) is een accommodatie nodig met een kleine staf medewerkers. Het GB-E zou de exploitatiekosten moeten financieren. Inmiddels is gebleken dat niet alleen in Leiden, maar ook in Amsterdam wordt gewerkt aan een nadere uitwerking van zo'n centrum.

*Grootschalige geconcentreerde toewijzingen.* Behalve voor proefprojecten ter voorbereiding van een NWO-prioriteitsprogramma *Massaal Parallel Rekenen* en de stimulering van de realisatie van een internationaal studiecentrum, stelt het GB-E voor de resterende gelden uit de beleidsruimte te besteden voor grootschalige, geconcentreerde toewijzingen van meer dan één oio, post-doc en ruimere personele en materiële faciliteiten, gericht op de tijdelijke versterking van een bestaande of nieuwe groep, dan wel activiteit.

De Wetenschapscommissie adviseerde het Curatorium vanuit de Landelijke Activiteiten Wiskunde drie voorstellen voor honorering uit de beleidsruimte voor te dragen. Het betreft hier de voorstellen *Computerintensieve Methoden in de Stochastiek* (gecombineerd met Beeldanalyse en Percolatietheorie), *Sheaves and Logic* en *Algoritmen in de Algebra*. Hierbij zijn opgenomen de twee uitgekozen voorstellen voor aandachtsgebieden (zie hierboven). Mocht één van deze twee aandachtsgebieden door het GB-E worden gehonoreerd, dan is automatisch het overgebleven aandachtsgebied verzekerd van financiering uit het regulier subsidie (zij het in 1993 op bescheiden wijze). Eind 1992 was de definitieve keuze nog niet bekend.

*Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica*

Ten gevolge van de overeenstemming tussen de Stichting Fundamenteel Onderzoek der Materie

(FOM) en de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) is het samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica op 31 januari in een gemeenschappelijke vergadering van het bestuur van het samenwerkingsverband en vertegenwoordigers van FOM en SMC definitief opgericht. De SMC zal het genoemde samenwerkingsverband continueren tot 1 januari 1999 en 50% van het jaarlijks budget voor haar rekening nemen. Doordat het samenwerkingsverband over een budget van *kf* 350 per jaar kan beschikken, is het mogelijk dat gemiddeld twee à drie nieuwe projecten per jaar gehonoreerd kunnen worden. Daartoe worden de leden die zijn aangesloten bij het samenwerkingsverband in de gelegenheid gesteld projectaanvragen in te dienen bij het FOM-bureau.

*Toekomstige werkwijze en organisatiestructuur NWO*

Het Algemeen Bestuur van NWO heeft een aantal voornemens geformuleerd die erop zijn gericht de organisatie qua werkwijze en structuur zo goed mogelijk toe te rusten voor de implementatie van de rol die voor NWO is geschetst in het meerjarenplan *Een Organisatie op Maat*.

- Het Algemeen Bestuur NWO acht een verschuiving gewenst in de verhouding tussen oio- en post-doc aanstellingen. In de komende vier jaar wordt als streefdoel genomen dat niet meer dan 50% van de middelen wordt besteed aan projecten waarbij slechts één beginnende onderzoeker (oio) wordt gefinancierd. De overige 50% wordt besteed aan geconcentreerde toewijzingen van meer dan één oio, aan post-docs en aan ruimere personele of materiële faciliteiten voor excellente senioronderzoekers.
- Het Algemeen Bestuur vraagt zich af welke mogelijkheden er zijn voor het vaststellen van de effecten van verleende subsidies in termen van kwaliteit en vernieuwing.
- Met ingang van de begrotingsronde 1994 dient de koppeling tussen werkgemeenschapstructuur en geldgevend functie te worden opgeheven.
- De procedures moeten efficiënter; door de beoordeling niet langer door de werkgemeenschappen te laten geschieden kan op het punt van efficiëntie winst worden geboekt.
- De selectieprocedures moeten korter; vijf maanden per ingezette procedure is het maximum.

- Het Algemeen Bestuur acht een grotere frequentie van het aantal behandelingsrondes gewenst.
- Het Algemeen Bestuur is voornemens per 1 januari 1994 de erkenning van de stichtingen met een exploitatiebudget kleiner dan vier miljoen per jaar in te trekken, De geldgevendende activiteiten vallen dan toe aan het gebiedsbestuur.

Een van de voornemens is, gezien de grootte van het exploitatiebudget, het intrekken van de erkenning van de Stichting Mathematisch Centrum/Landelijke Activiteiten Wiskunde (SMC/LAW).

Het Algemeen Bestuur laat echter de mogelijkheid open niet tot intrekking van de erkenning over te gaan, als overtuigend kan worden aangetoond dat SMC/LAW de generale doelstellingen ondanks het kleine budget doelmatig kan realiseren. Na een periode van hoor en wederhoor tussen SMC en het Gebiedsbestuur voor de Exacte Wetenschappen, heeft de SMC zijn standpunt bepaald. Het Gebiedsbestuur zal vóór 25 februari 1993 zijn reactie aan het Algemeen Bestuur bekendmaken. In 1993 beslist het Algemeen Bestuur.

#### *Expertisecentrum CAN (Computer Algebra Nederland)*

In 1989 werd de Stichting Computer Algebra Nederland (CAN) opgericht. Deze stichting beheert een expertisecentrum CAN en wordt gesubsidieerd door NWO/SURF. Het expertisecentrum stimuleert activiteiten voor het onderzoek op het vakgebied computeralgebra en haar toepassingen. Het betreft hier voornamelijk cursussen, ondersteuning en consultatie voor opleidings- en onderzoekinstellingen. Medio 1992 heeft NWO/SURF de startsubsidie voor CAN beëindigd. De Stichting Mathematisch Centrum acht voortzetting van de activiteiten van CAN belangrijk voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde en heeft in het verslagjaar met een exploitatiesubsidie bijgedragen het expertisecentrum in stand te houden. Ook in de komende jaren zal op deze voet worden voortgegaan.

De minister van Onderwijs en Wetenschappen heeft besloten ten laste van het budget 1992 van het Internationale Faciliteiten Fonds *kf* 300 ter beschikking te stellen voor de oprichting door de Stichting Mathematisch Centrum (SMC), de Stichting Computer Algebra Nederland (CAN) en het Research Institute for Symbolic Computation (RISC) van de Johannes Kepler Universiteit te

Linz (Oostenrijk) van het *Research Institute for Applications of Computer Algebra (RIACA)*. De steunverwerving in de komende jaren zal afhankelijk zijn van de ontwikkeling van het RIACA en de internationale positie die het instituut zal weten te verwerven.

> Int((a\*x^2+b\*x+c)^(3/2),x);

$$\int (ax^2 + bx + c)^{3/2} dx$$

> value("");

$$\left( \frac{1}{8} \frac{ax^2 + bx + c}{a} + \frac{3}{64} \frac{4ca - b^2}{a^2} \right) (2ax + b) \sqrt{ax^2 + bx + c} + \frac{3}{8} \frac{\ln\left(2\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax + b\right) c^2}{\sqrt{a}} - \frac{3}{16} \frac{\ln\left(2\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax + b\right) c b^2}{a^{3/2}} + \frac{3}{128} \frac{\ln\left(2\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax + b\right) b^4}{a^{5/2}}$$

*Symbolische integratie in Maple.*

#### *Prioriteitsprogramma Niet-lineaire systemen*

De Stichting Mathematisch Centrum steunt het NWO-prioriteitsprogramma *Niet-lineaire systemen* door de uitvoering van het aandachtsgebied *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*. Het prioriteitsprogramma en het aandachtsgebied zullen elkaar versterken.

Een goed begrip van het gedrag van dynamische systemen is afhankelijk van de combinatie theorie (abstract) en computerexperimenten. Voor het opzetten en uitvoeren van uitgebreide computerexperimenten is het noodzakelijk te kunnen beschikken over een Dynamisch Systemen Laboratorium. In het verslagjaar is op de Stichting een beroep gedaan een aanvraag voor de benodigde investeringsmiddelen te verzorgen. Voor het Dynamische Systemen Laboratorium werd een subsidie van *kf* 1000 gevraagd. Ten laste van het IAS-middelgroot werd uiteindelijk een bedrag van *kf* 600 toegekend voor 1993.

De eerste aanvraagronde in de exploitatiesfeer is succesvol verlopen. Er werden tot nu toe 35 aanvragen ontvangen, waarvan er 16 zijn gehonoreerd. De wiskunde-component is hierbij goed vertegenwoordigd.

*Onderzoescholen Wiskunde*

De Stichting Mathematisch Centrum onderneemt veel activiteiten als landelijk platform van onderzoekers. Tot de belangrijkste activiteiten op dit gebied behoren het organiseren, coördineren en stimuleren van activiteiten die tot doel hebben het wetenschappelijk onderzoek op het gebied van de wiskunde te bevorderen. Tevens is de Stichting actief betrokken bij de organisatie van het tweede fase onderwijs.

Vergroting van het maatschappelijk aanzien van de wiskunde als geheel vereist een door de landelijke wiskunde gezamenlijk en in onderling overleg vastgesteld plan met betrekking tot de onderzoekscholen wiskunde. Zo'n eensgezind plan dient er in de eerste plaats op gericht te zijn het in Nederland aanwezige niveau van onderwijs en onderzoek in de wiskunde te behouden en te verstevigen. Voor de wiskunde als geheel is het van belang, dat elke goede groep van onderzoekers, ook de kleine, de mogelijkheid heeft aan te sluiten bij een onderzoekschool, ongeacht de plaats van vestiging.

In het verslagjaar verscheen het rapport van de Strategiecommissie Onderzoescholen Wiskunde. Het rapport is een eensgezind plan dat er in de eerste plaats op gericht is het in Nederland aanwezige niveau van onderwijs en onderzoek in de wiskunde te behouden en te versterken. Er zijn twee brede regionale wiskunde-onderzoescholen in oprichting plus een aantal scholen die per discipline of in nauwe samenwerking met andere disciplines zullen functioneren. In het rapport wordt instemming betuigd met de huidige initiatieven op het gebied van de onderzoekscholen. De Strategiecommissie onderstreept het belang van de samenwerking tussen de onderzoekscholen. De onderzoekscholen wiskunde dienen er blijvend naar te streven de contacten met de informatica te regelen. Initiatieven ter verwerving van financiële steun moeten worden aangemoedigd. De STIMULANS-aanvraag van het *Thomas Stieltjes Instituut* (één van de brede regionale onderzoekscholen) werd gehonoreerd. De onderzoekscholen *Logica* en *Stromingsleer* (Burgerscentrum) zijn erkend. Het *Mathematisch Research Instituut* (de andere regionale onderzoekschool) startte in het verslagjaar met een Master Class. De status van de overige onderzoekscholen was eind 1992 nog niet duidelijk.

*Netwerken*

Op het gebied van de wiskunde bestaan sinds 1 september 1991 vijf aio-netwerken die een tweede fase onderzoeksopleiding verzorgen. Het betreft hier het Landelijk Netwerk Mathematische Besliskunde, het netwerk Systeem- en Regeltheorie, het netwerk Taal, Logica en Informatie, het netwerk Stochastiek en het netwerk Numerieke Wiskunde. De eerste drie genoemde netwerken hebben van de minister een subsidie ontvangen. De werkgemeenschap Analyse en het samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica organiseren één-weekse cursussen gericht op aio's en oio's.

*Overige activiteiten*

De werkgemeenschappen organiseren en coördineren vele onderzoeksactiviteiten, zoals de jaarlijkse meerdaagse conferenties, landelijke colloquia en summer schools. Voorbeelden zijn de Conferentie Numerieke Wiskunde, de Bijeenkomst van Stochastici, de Conference on the Mathematics of Operations Research, Benelux Meeting on Systems and Control, Lie Groups Seminar, Intercity Seminarium Meetkunde, Logic Intercity Seminar, Symposium Mathematische Fysica en het Colloquium History of Computing.

In samenwerking met het Wiskundig Genootschap besteedt de Stichting aandacht aan wetenschapsvoorlichting. Het betreft hier zowel de voorlichting over de vooruitgang en de nieuwe ontwikkelingen in de wiskunde op nationaal niveau als op internationaal niveau.

*Verkenningcommissie Wiskunde*

In het verslagjaar verscheen het rapport van de Verkenningcommissie Wiskunde: *Wiskunde in Beweging*. De Stichting Mathematisch Centrum heeft met waardering kennis genomen van het rapport met name wat betreft de gedegen inventarisatie. Met de Verkenningcommissie Wiskunde stelt de Stichting Mathematisch Centrum echter vast dat ondanks voortdurende inspanningen zowel de maatschappelijke belangstelling voor als de financiering van wiskundig onderzoek onder de maat blijven.

De stichting onderstreept de aanbevelingen van de Verkenningcommissie Wiskunde voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde. Zo is met de nieuwe aandachtsgebieden een begin gemaakt en de samenwerking tussen wiskundigen en fysici geïntensiveerd. Het laatste initiatief leidde formeel tot de oprichting van het Samenwerkings-

verband FOM/SMC Mathematische Fysica. Het grootschalig rekenen staat in het centrum van de belangstelling en krijgt gestalte in het prioriteitsprogramma Massaal Parallel Rekenen.

Met genoegen heeft de stichting kennis genomen van de waardering die de Verkenningscommissie uitspreekt voor de bibliotheek van het CWI. Met grote belangstelling wacht de stichting af wat het resultaat zal zijn van de aanbeveling van de Verkenningscommissie de reguliere financiering van de bibliotheek van overheidswege veilig te stellen.

De verkenningscommissie beveelt verder de oprichting van een Europees Instituut voor Statistiek, Kansrekening en Besliskunde aan. Het Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer biedt een goede infrastructuur. De minister van Onderwijs en Wetenschappen zal in april 1993 op het rapport reageren.

### *Investeringsen*

Voor het eerst in haar bestaan ontving de Stichting Mathematisch Centrum een investeringssubsidie ten behoeve van de landelijke activiteiten van de werkgemeenschappen. Deze subsidie, groot *ƒ*200, kwam ten laste van het Investerings Prioriteiten Regeerakkoord. Het GB-E stemde in met het bestedingsvoorstel van de stichting aan vijf universiteiten apparatuur ter beschikking te stellen. De universiteiten moesten zelf ook een bijdrage in de kosten leveren. Het GB-E verzocht de stichting echter bij een eventueel volgende toewijzing de middelen op meer samenhangende wijze te besteden. Om versnippering te voorkomen zal de stichting een nieuw beleid voeren. De kern van dit beleid zal zijn het loskoppelen van de apparatuuraanvraag en de individuele subsidie-aanvraag voor een oio of post-doc.

## Enige projectbeschrijvingen

### Numerieke en fundamentele aspecten van polynomiale splines in twee variabelen

Werkgemeenschap	:	Numerieke Wiskunde
Project	:	Numerieke en fundamentele aspecten van polynomiale splines in twee variabelen
Projectleider(s)	:	prof. dr. C.R. Traas, dr. R.M.J. van Damme, dr. P. Pfluger (UvA)
Projectmedewerker(s)	:	dr. M. Neamtu
Instelling	:	Universiteit Twente

#### Inleiding

Een spline functie in  $s$  variabelen is een functie die stuksgewijs analytisch is op zijn definitiegebied  $\Omega$  dat deel is van de  $s$ -dimensionale ruimte  $\mathbb{R}^s$ . Is  $\Omega$  begrensd, dan vormen de deelgebieden waarop de functie analytisch is een eindige partitie van  $\Omega$ . In de 1-dimensionale situatie heten de punten waarop de functie niet-analytisch is de knopen van de spline.

Spline functies zijn bijzonder flexibele functies. Dit maakt ze uiterst geschikt voor interpolatie en (beste) approximatie toepassingen. Vandaar hun populariteit bij de mathematische beschrijving van krommen en oppervlakken (in het algemeen: vormen) ten behoeve van bijvoorbeeld de visuele representatie op het beeldscherm van allerlei industriële produkten (auto's, vliegtuigen, schoenzolen, schepen, bestek, enz.), en ook van natuurlijke configuraties (bijvoorbeeld landschappen, aardlagen). Maar behalve dergelijke geometrische objecten worden ook gewone functionele afhankelijkheden gemakkelijk gerepresenteerd, uitgaande van door bijvoorbeeld metingen verkregen data: radar reflectie patronen, thermodynamische functies, tomografische gegevens, e.d.

In het onderhavige project zijn in het bijzonder de mathematische technieken bestudeerd en verder ontwikkeld, om ruimtes van spline functies te construeren die bepaalde gunstige eigenschappen hebben in relatie tot toepassingen zoals hiervoor genoemd. Ook aan de berekenbaarheid van dergelijke splines is veel aandacht besteed, met het oog op zulke toepassingen. In het onderzoek is de beperking aangebracht dat de analytische sub-

delen van de spline van polynomiale aard zijn. We spreken dan van de klasse van polynomiale splines.

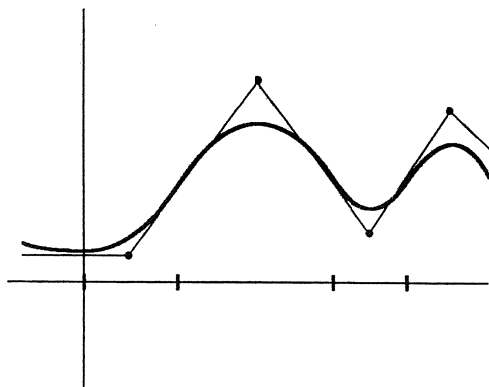
Problemen doen zich voor wanneer van de spline een hogere mate van differentieerbaarheid geëist wordt op een willekeurig gevormd definitie gebied  $\Omega \subset \mathbb{R}^s$  met  $s > 1$ . Een andere problematiek ontstaat als *gesloten* lichamen in  $\mathbb{R}^3$  beschreven dienen te worden met een hoge graad van (geometrische) continuïteit. Er wordt dan gewerkt met parametrische spline oppervlakken, en het probleem hangt samen met het feit dat het gesloten lichaam niet op een continue, 1-1 wijze, in  $\mathbb{R}^2$  kan worden afgebeeld. Ten slotte is in het project nog onderzoek verricht, vooral van theoretische aard, naar vormbeschrijvingen met splines waarbij zekere eigenschappen behouden dienen te blijven, zoals bijvoorbeeld convexiteit.

#### Polynomiale splines

Een van de fundamentele bijdragen tot de theorie van polynomiale splines in 1 dimensie wordt gevormd door de ontdekking van basisfuncties met compacte drager, de zogenaamde B-splines, door Curry en Schoenberg in 1966.

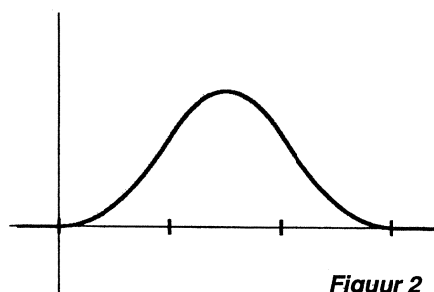
Dit zijn stuksgewijs polynomiale functies met een drager van  $n + 1$  aansluitende subintervallen, als  $n$  de graad van de polynomiale delen is, en met  $n - 1$  maal continu differentieerbare aansluitingen op de knopen. Een drager met een lengte van  $n + 1$  subintervallen is de kleinste drager die bij een niet-triviale spline van graad  $n$  en klasse  $C^{n-1}$  mogelijk is. Het getal  $n + 1$  heet de orde van de B-spline. De B-splines vormen een basis in de ruimte van polynomiale splines op een

**Figuur 1**  
Een kwadratische B-spline:  
een  $C^1$  functie  
met drager van  
drie intervallen.



gegeven knopenpartitie van het beschouwde domein  $\Omega \subset \mathbb{R}$ . Hun grote betekenis ligt in het feit dat zij zeer gemakkelijk berekenbaar zijn, dankzij het bestaan van een recursie relatie (De Boor en Cox, 1972) waarmee, uitgaande van B-splines van orde 1 (dus stuksgewijs constant), hogere orde B-splines successievelijk op een numeriek stabiele manier opgebouwd kunnen worden. Ook voor differentiatie en integratie bestaan eenvoudige regels. De afgeleide van een B-spline kan berekend worden door gewogen differenties van lagere orde B-splines te vormen (De Boor, 1972). Een uitdrukking voor de onbepaalde integraal van een gegeven spline werd gevonden door De Boor, Lyche en Schumaker (1976). Hiermee is het basisgereedschap voor het praktische gebruik van polynomiale splines in 1 dimensie beschikbaar. Een nog verdere vergroting van de bruikbaarheid van deze splines kon bereikt worden door op specifieke eigenschappen van splines en van hun algoritmen te letten. Zo is het mogelijk om meerdere knopen te laten samenvallen, wat neerkomt op het toelaten van deelintervallen van lengte nul. Op zo'n meervoudige knoop zal de graad van continuïteit lager zijn dan op enkelvoudige knopen. De hiervóór genoemde recursie relatie blijft onverminderd bruikbaar zodat, door de meervoudigheid van een of meerdere knopen te kiezen, lokaal de graad van differentieerbaarheid verminderd kan worden zonder dat dit de berekenbaarheid aantast. Voorts is het mogelijk om B-splines zodanig te normeren dat zij een partitie van de eenheid vormen, op elk punt van het beschouwde domein. Dit heeft tot gevolg een nauwe vormverwantschap tussen een spline  $s(x)$ , gerepresenteerd als lineaire combinatie van B-splines en het zogenaamde *control polygoon*; dit is het polygoon dat ontstaat door de control punten via rechte lijnstukken met elkaar te verbinden. De control punten zijn de punten in het  $x, y$ -vlak

die de coëfficiënten in de B-spline ontwikkeling van  $s(x)$  representeren: hun  $y$ -coördinaten zijn de waarden van deze coëfficiënten zelf, en hun  $x$ -coördinaten zijn de waarden van de coëfficiënten in de B-spline ontwikkeling van de functie  $x$  op dezelfde knopen-partitie. Genoemde vormverwantschap maakt het mogelijk het verloop van  $s(x)$  op een inzichtelijke wijze te beïnvloeden door coëfficiënt-waarden te veranderen. In het bijzonder voor ontwerp-doeleinden is dit van buitengewoon praktisch belang. Voor dezelfde doeleinden is ook van zeer groot belang de mogelijkheid om lokaal knopen tussen te voegen, waarvoor ook weer zeer elegante en eenvoudige algoritmen bestaan.

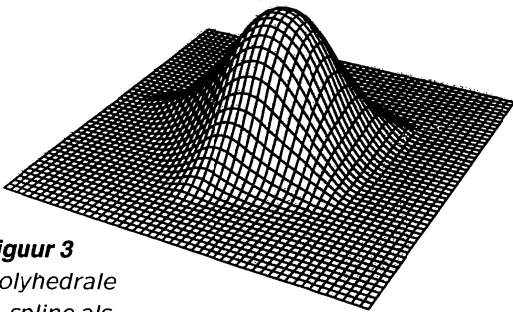


**Figuur 2**  
Lineaire  
combinatie van  
B-splines met  
control  
polygoon.

Vanuit theoretisch oogpunt is van grote betekenis het verband dat bestaat tussen gedeelde differenties van zekere elementaire basisfuncties in een spline ruimte (de zogenaamde polynomiale half-ruimte functies: *truncated power* functies) en de B-splines in die ruimte. Eigenschappen van B-splines kunnen op elegante wijze uit dit verband worden afgeleid. Dit opent perspectieven naar het onderzoek van B-splines in meer dan 1 dimensie, indien de notie van gedeelde differenties op geschikte wijze kan worden uitgebreid naar meer dimensies. In het onderhavige project was dit een belangrijk onderwerp van onderzoek.

Onderzoek naar B-splines in meer dimensies heeft al enige jaren plaats. Een voor de hand liggende uitbreiding naar meer dimensies wordt verkregen door tensorprodukten te nemen van univariabele splines. Deze uitbreiding heeft grote praktische voordelen (herhaalde univariabele algoritmen), maar ook nadelen (weinig flexibiliteit ten aanzien van de vorm van het domein en het knopenrooster in dat domein).

Een algemenere uitbreiding komt voort uit het begrip *polyhedrale spline*.



**Figuur 3**  
Polyhedrale  
B-spline als  
voortzetting  
van de  
1-dimensionale  
B-spline. De  
spline is  
stuksgewijs  
kwadratisch en  
van klasse  $C^1$ .

De hierop gebaseerde definitie van B-splines heeft een sterk meetkundige achtergrond: B-splines in  $s$  dimensies worden gedefinieerd als functies waarvan het verloop evenredig is met zekere doorsneden van polyhedra in hoger dimensionale ruimtes. De eerste werkelijke constructie van een B-spline op grond van dit meetkundige principe werd uitgevoerd door De Boor (1976) voor het geval dat het polyhedron een simplex was. Ook andere polyhedra werden als uitgangspunt genomen, met als resultaat *box splines* en *cone splines*. De eerder genoemde tensorproduct splines bleken te kunnen worden opgevat als speciaal geval van box splines. Al snel werden recursie relaties gevonden (Micchelli, 1980) waarmee ook de relatief eenvoudige berekenbaarheid van de splines een feit was.

Naar de praktische bruikbaarheid van simplex B-splines werd voor het eerst uitvoerig onderzoek verricht door Gmelig Meyling (1986). Het bleek mogelijk om zeer goede benaderingen van functies hiermee te realiseren, maar ook bleek zo'n berekening, qua rekeninspanning, toch nog wel heel wat voeten in de aarde te hebben. Een verdere verhoging van rekenefficiency moet de weg naar de werkelijke praktijk banen.

Een uitbreiding van splines naar meer dimensies die niet is gebaseerd op polyhedra in hoger dimensionale ruimtes, gaat uit van een triangulatie van het domein en de definitie van Bernstein-polynomen op elk element daarvan. Het gebruik

van Bernstein-polynomen maakt het mogelijk nevenvoorwaarden voor de control punten op te stellen die globaal een hogere graad van differentieerbaarheid waarborgen. Pionierswerk op dit gebied is verricht door Schumaker (1979 en later), in het bijzonder ten aanzien van het onderzoek naar de dimensie van dergelijke spline ruimtes. Op dit terrein liggen nog steeds onbeantwoorde vragen. Ook op het gebied van deze splines heeft Gmelig Meyling (1986) uitvoerig onderzoek verricht naar de praktische bruikbaarheid en naar de dimensie-problematiek in relatie tot de precieze geometrie van de triangulatie.

### Het onderzoek in het project

De intentie in dit project was om zowel fundamentele als numerieke aspecten te beschouwen. Een belangrijk deel van de fundamentele aandacht was gericht op multivariabele simplex splines. Een eerste stap was het generaliseren van de notie van univariabele gedeelde differenties naar de meerdimensionale situatie. Deze generalisatie is gebaseerd op een puntsgewijze evaluatie van een multivariabele functie. Vervolgens is de simplex spline uitgedrukt als de multivariabele gedeelde differentie van een gegeneraliseerde polynomiale half-ruimte functie. Vanuit de eigenschappen van de multivariabele gedeelde differenties zijn eigenschappen van de multivariabele simplex splines afgeleid. Ook werden voor enkele reeds bekende resultaten nieuwe bewijzen geformuleerd.

De berekenbaarheid van de simplex spline krijgt vervolgens veel aandacht. Gemotiveerd door een publikatie (Cohen e.a., 1987), waarin een alternatieve recurrente betrekking voor evaluatie van multivariabele simplex splines werd gepresenteerd, worden nieuwe recurrente relaties gevonden voor richtings-afgeleiden en inwendige producten van simplex splines. De numerieke eigenschappen van de nieuwe algoritmen worden onderzocht (stabiliteit, rekeninspanning) en vergeleken met wat reeds bekend was. In het bijzonder betreffende de complexiteit van de algoritmen blijkt er winst te zijn geboekt.

Een alternatief voor het berekenen van simplex splines berust op het concept *subdivisie*. In het geval van box splines is dat een geaccepteerde en praktisch bruikbare techniek, vanwege de hoge efficiency en het gemak van gebruik. Voor het geval van simplex splines was hierover nog weinig bekend. Het begrip *discrete simplex spline* wordt daartoe ingevoerd en enkele eigenschap-

pen ervan worden afgeleid. Discrete B-splines komen aan de orde wanneer continue B-splines, gedefinieerd op een bepaald knopen-netwerk, worden uitgedrukt in continue B-splines die op een ander knopen-netwerk (in hetzelfde domein) zijn gedefinieerd. Dat tweede netwerk is dan gewoonlijk een verfijning van het eerste. Op deze grond is het duidelijk dat discrete B-splines een centrale rol spelen bij subdivisie processen. Het onderzoek heeft geleid tot het opstellen van een algoritme voor subdivisie van simplex splines.

Een ander onderwerp van onderzoek was het glad interpoleren met een spline oppervlak van verspreide gegevens in de driedimensionale ruimte. Het doel werd bereikt door gedegenererde driehoekige Bézier-Bernstein patches te gebruiken. De degeneratie zit in de meervoudigheid van sommige control punten. De noodzaak van degeneratie is een gevolg van de gestelde eisen: (1) lokale methode, (2) polynomiale pat-

ches, (3) geometrische continuïteit van (minimaal) orde 1.

Lokaliteit wil zeggen dat er slechts van lokale informatie gebruik wordt gemaakt om het bijbehorende lokale deel van het oppervlak te construeren. Resultaten zijn verkregen met polynoom-graden 4 en 5. De methode blijkt ook bijzonder geschikt te zijn voor de beschrijving van het oppervlak van gesloten lichamen.

Ten slotte is aandacht besteed aan gladde benadering en interpolatie van convexe functies. Vooropgesteld doel daarbij was de convexiteit te behouden. Dit onderzoek is vooral van theoretische aard geweest. Een verkregen resultaat is een bewijs dat, wanneer gebruik wordt gemaakt van een eindig-dimensionale approximatieruimte, het gebruik van lokale operatoren bij interpolatie in het algemeen niet leidt tot behoud van convexiteit. Een interpolatiemethode die gegarandeerd convexiteit behoudt, zal dus globaal moeten zijn.



# Statistiek voor grote parameterruimten

Werkgemeenschap	:	Stochastiek
Project	:	Statistiek voor grote parameterruimten: analyse van rekenintensieve statistische methoden
Projectleider(s)	:	prof. dr. W.R. van Zwet, dr. S.A. van de Geer
Projectmedewerker(s)	:	drs. H. Putter
Instelling	:	Rijksuniversiteit Leiden

## Inleiding

Door de komst van de computer is ook de beoefening van de statistiek ingrijpend veranderd. Het is nu mogelijk om zeer verfijnde en complexe wiskundige modellen te hanteren en deze te analyseren met behulp van uiterst rekenintensieve methoden. Het ontwerpen van deze methoden en het onderzoek naar hun kwaliteit is daarmee echter ook een heel ingewikkelde wiskundige activiteit geworden. Als steeds is het zo, dat waar de computer zijn intrede doet, de wiskunde meestal op korte afstand volgt om orde te scheppen in de veelheid van nieuwe mogelijkheden.

Een van de meest spectaculaire ontwikkelingen op dit gebied is het ontstaan van resampling methoden. Hierbij wordt getracht het waarnemingsmateriaal als het ware kunstmatig te vermeerderen door steekproeven te trekken uit de oorspronkelijke waarnemingen. Voor bepaalde doeleinden worden deze kunstmatige waarnemingen dan gebruikt alsof het echte waarnemingen zijn. Op het eerste gezicht lijkt dit onzinnig, maar iedere natuurwetenschapper die simulaties uitvoert op basis van geschatte kansverdelingen doet in feite hetzelfde. Deze methoden die zich met fraaie namen als de ‘jackknife’ en de ‘bootstrap’ sieren, genieten op het ogenblik met name in de VS een grote populariteit.

Het onderzoekproject richt zich op een tweetal vragen die temidden van het algemeen enthousiasme tot nu toe enigszins verwaarloosd zijn: (1) Geschiedt hier echt een wonder, of kan het ook anders? (2) Wanneer werken deze methoden eigenlijk en wanneer niet?

## De resampling methode

Laten wij de resampling methode aan de hand van een eenvoudig voorbeeld nader toelichten. Men wenst een natuur- of proces-constante  $\theta$  te schatten en doet dit door middel van een schat-

ter  $T$  die natuurlijk afhangt van waarnemingen (metingen)  $X_1, X_2, \dots, X_N$  die bij een experiment zijn verkregen. Om te beoordelen hoeveel vertrouwen men in de schatter  $T$  mag hebben zou men willen weten hoe groot de toevallige fluctuaties van  $T$  zijn ten opzichte van  $\theta$ . Anders gezegd: gevraagd wordt de kansverdeling van  $(T - \theta)$ . Er valt echter op grond van de  $N$  waarnemingen maar één waarde van  $T$  te berekenen en hieruit kan uiteraard niets over de toevallige fluctuaties worden afgeleid. Met behulp van de computer trekt men nu blindelings en met teruglegging een steekproef van  $N$  exemplaren uit de  $N$  oorspronkelijke waarnemingen. Deze steekproef, waarin natuurlijk vrijwel steeds sommige van de oorspronkelijke waarnemingen meer dan eens voorkomen, beschouwt men als een nieuwe collectie waarnemingen  $X_1^*, \dots, X_N^*$ . Voor deze pseudo-waarnemingen berekent men opnieuw de waarde van de schatter en vindt een waarde  $T^*$ . Door dit gehele proces  $M$  maal te herhalen verkrijgt men pseudo-schatters  $T_1^*, \dots, T_M^*$  die toevallige afwijkingen van de oorspronkelijke schatter  $T$  vertonen. De resampling methode – in dit geval de bootstrap genaamd – berust nu op de veronderstelling dat de toevallige fluctuaties die wij waarnemen in  $(T_1^* - T), \dots, (T_M^* - T)$  maatgevend zijn voor de toevallige fluctuatie in  $(T - \theta)$ . Anders gezegd: de gezochte kansverdeling van  $(T - \theta)$  zal ongeveer gelijk zijn aan die van  $(T^* - T)$  en deze laatste kansverdeling kunnen wij voor grote  $M$  uitstekend schatten uit  $(T_1^* - T), \dots, (T_M^* - T)$ .

Gedurende de afgelopen 10 jaar is in de gehele wereld een lawine van onderzoek op het gebied van de resampling methoden losgekomen en het aantal publikaties loopt ongetwijfeld in de duizenden. In het zogenaamde eerste David Report *Renewing US Mathematics* werd de methode in 1984 onder de belangrijke vernieuwingen in de

wiskunde gerangschikt. Resampling bleek niet alleen te kunnen worden toegepast in simpele gevallen waarin de te schatten parameter  $\theta$  reële getalwaarden aanneemt, maar ook wanneer bijvoorbeeld sprake is van het schatten van functies in plaats van getallen. Daarnaast werd een groot aantal varianten op de methode ontwikkeld. Daarbij rees onder meer de belangrijke vraag of men niet beter bij de resampling procedure kleine toevallige verstoringen in de pseudo-waarnemingen kan aanbrengen (data-smoothing), onder meer om het meermalen optreden van dezelfde waarde te voorkomen. Tenslotte werden vele succesvolle praktische toepassingen op allerlei terreinen beschreven. Bij al deze activiteiten werd echter weinig aandacht geschonken aan het fundamentele probleem om in het algemeen aan te geven wanneer deze methode werkt en wanneer niet. Dit ondanks het feit dat al vanaf het begin gevallen bekend waren, waarin de methode faalt.

Hoewel in ons land zeer actief en met succes aan het onderzoek op het gebied van computer-intensieve statistische methoden werd deelgenomen, gold dit niet voor het gebied van de resampling methoden. Slechts op het CWI werd op kleine schaal onderzoek verricht aan tweede-orde eigenschappen van de bootstrap. Met het huidige onderzoekproject wordt getracht in deze situatie verandering te brengen.

### Het onderzoekproject

In eerste instantie is onderzocht of resampling methoden die op de hierboven beschreven simpele wijze worden uitgevoerd, ook het gewenste resultaat opleveren. Is het inderdaad zo, dat voor toenemende  $N$  en  $M$  de verdeling van  $(T^* - T)$  die van  $(T - \theta)$  steeds beter benadert? Het resultaat van dit deel van het onderzoek is heel interessant, maar stemt niet tot optimisme over resampling methoden. Grof gesproken luidt de conclusie dat de simpele resampling methode eigenlijk alleen werkt als de verdeling van de schatter  $T$  asymptotisch normaal is, dat wil zeggen als deze verdeling voor aangroeiende  $N$  naar een normale (of Gauss-) verdeling nadert. Bovendien zal deze normale verdeling symmetrisch om 0 zijn en dus op een schaalparameter na bekend. Maar als we dit allemaal tevoren weten, dan komt het schatten van de verdeling van  $(T - \theta)$  eenvoudig neer op het schatten van de schaalparameter van deze normale verdeling. Hiervoor zijn ook andere methoden beschikbaar, waarvoor aanzienlijk

minder rekenwerk nodig is. Een van deze methoden, de empirische Edgeworth ontwikkeling, is door middel van simulaties met de bootstrap vergeleken, waarbij geen systematische verschillen aan het licht kwamen. De simpele resampling methode zoals deze steeds wordt aanbevolen, blijkt dus ietwat overgewaardeerd. Zij werkt alleen in speciale gevallen en verricht dan geen wonderen, maar slechts een heel gewone prestatie.

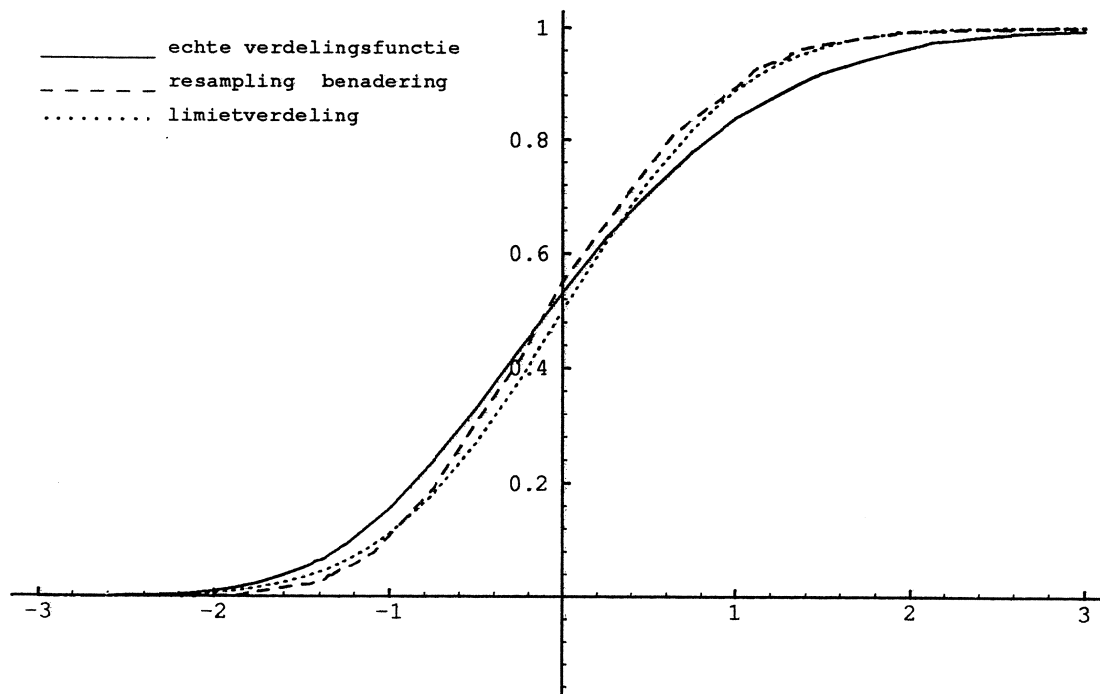
Er zijn echter ook meer subtiele versies van de resampling methode te bedenken, die ook in andere gevallen werken. Soms is het de kunst om een andere functie van  $T$  dan  $(T - \theta)$  te kiezen en de verdeling hiervan door die van een corresponderende functie van  $T^*$  te benaderen. Het probleem is echter dat men, om te weten hoe deze functies moeten worden gekozen, eerst nauwkeurige informatie over de kanstheoretische structuur van het schattingsprobleem en de gekozen schatter  $T$  moet hebben. Zulke structurele informatie zal echter vaak niet beschikbaar zijn.

In andere situaties wil een speciale truc, zoals de hierboven vermelde data-smoothing, nog wel eens uitkomst brengen. De algemene conclusie van dit deel van het onderzoek moet echter luiden dat resampling – in tegenstelling tot wat algemeen wordt gedacht – niet een methode biedt die ongeacht het probleem gedachteloos kan worden toegepast. Zoals de Amerikanen zeggen: ‘There is no such thing as a free lunch’.

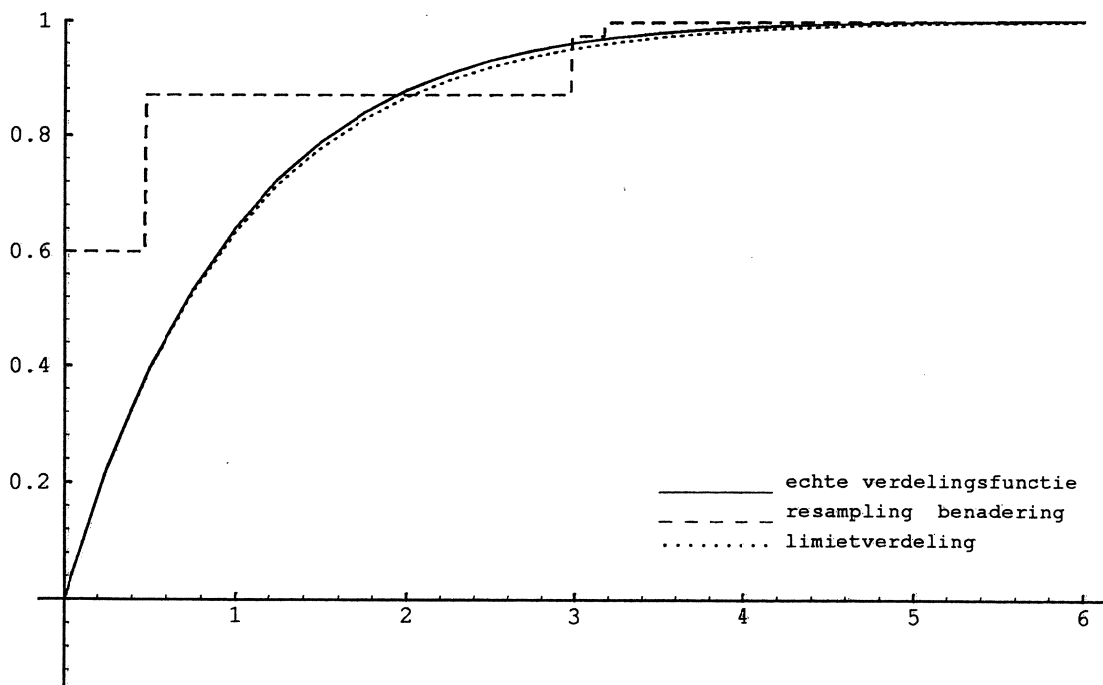
### Het onderzoek in 1992

Uit het voorafgaande onderzoek was dus gebleken dat het bij het ontbreken van structurele informatie vaak moeilijk is te besluiten of, en zo ja, hoe men de resampling methode kan toepassen. Dit blijkt overigens ook uit de praktijk, waar voorbeelden werden aangetroffen van volstrekt verkeerd gebruik van de methode, dat dan ook tot falikant verkeerde conclusies leidde. Het zou dus van groot belang zijn als het mogelijk zou zijn om een diagnostisch systeem te ontwikkelen dat de gebruiker waarschuwt wanneer hij de resampling methode onjuist aan het toepassen is. De gedachte hierachter is dat de waarnemingen die de gebruiker doet, wellicht ook gebruikt kunnen worden om de structurele informatie te verkrijgen die nodig is om de resampling methode goed toe te passen. Dit deel van het onderzoek is in volle gang en de eerste aanwijzingen zijn positief.

Vrijwel ieder wetenschappelijk probleem heeft vele kanten. Na de tamelijk negatieve resultaten



**Figuur 1**



**Figuur 2**

Jantje lacht ...en Jantje huilt.

In de Figuren 1 en 2 ziet men de resampling methode in actie. Getracht wordt de verdelingsfunctie van het steekproefgemiddelde (Figuur 1) en van het steekproefmaximum (Figuur 2) van exponentieel verdeelde stochastische grootheden voor steekproefgrootte 20 te benaderen. Getekend zijn de ware verdelingsfunctie en de resampling benadering, alsmede de limietverdeling (stippellijn), waartoe de ware verdelingsfunctie

nadert voor aangroeiende steekproefgrootte. In het eerste geval werkt de resampling methode uitstekend: de fout is ongeveer even groot als wanneer men de echte verdeling door de (normale) limietverdeling zou benaderen. In het tweede geval faalt de methode volledig. Een belangrijke doelstelling van het onderzoek is om dit soort mislukkingen te voorspellen, of al doende tijdig te onderkennen.

over de algemene toepasbaarheid van de resampling methode, ligt de volgende vraag voor de hand: Is het, in die gevallen waar zelfs de meest subtiële resampling methode faalt, eigenlijk wel mogelijk de gezochte verdeling op enige manier goed te schatten? Het meest recente onderzoek in dit project toont aan dat dit in het algemeen niet het geval is, zodat de conclusie kan luiden:

Als er iets is dat werkt, dan is er een resampling methode die werkt. Als dit resultaat te combineren zou zijn met een goed werkend diagnostisch systeem dat waarschuwt bij een verkeerde resampling methode, dan zou de resampling methode toch nog in goede mate operationeel gemaakt kunnen worden.

# Markov beslissingsketens en netwerken van wachtrijen

Werkgemeenschap	: Mathematische Besliskunde & Systeemtheorie
Project	: Markov beslissingsketens en netwerken van wachtrijen
Projectleider(s)	: prof. dr. A. Hordijk
Projectmedewerker(s)	: dr. F.M. Spieksma, drs. A.J. Loeve
Instelling	: Rijksuniversiteit Leiden

## Optimale protocollen

De laatste decennia is de omvang en het gebruik van communicatie- en computernetwerken explosief toegenomen. Voor het ontwerpen van dergelijke systemen dient men allereerst inzicht te krijgen in het dynamisch gedrag van bijvoorbeeld het aantal taken dat in de verschillende processoren van een computernetwerk aanwezig is, gegeven de configuratie van zo'n netwerk, en het protocol dat de 'route' van een taak door het netwerk voorschrijft. Verder is het voor de efficiëntie van netwerken van belang om verschillende bestuursprotocollen met elkaar te vergelijken.

Het wiskundig model van zo'n netwerk is in feite een netwerk van wachtrijen. De in het onderhavige project voorgestelde analyse berust op de theorie der Markov beslissingsprocessen. Door alle relevante informatie uit het verleden op te nemen in de toestandsbeschrijving, kunnen wachtrijprocessen worden gemodelleerd als Markov-keten. Door dynamisch in de tijd beslissingen toe te staan, kunnen dan verschillende protocollen worden vergeleken en een 'optimaal' protocol bepaald door toepassing van een geschikt algoritme.

Het project omvat het onderzoek naar structuren van optimale protocollen, met name wanneer slechts partiële toestandsinformatie beschikbaar is. Dit is een realistische veronderstelling bij complexe netwerken, en vereist de ontwikkeling van nieuwe algoritmen. Tevens wordt het asymptotisch gedrag van wachtrijprocessen onderzocht: hoe snel wordt de dynamische evenwichtssituatie bereikt?

Het project combineert onderzoek naar netwerken van wachtrijen en naar Markov beslissingsprocessen, beide vallend binnen het vakgebied Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie. Het wiskundig onderzoek naar wachtrijprocessen, vooral in de telecommunicatie, be-

gon met het pionierswerk van Erlang begin deze eeuw. Markov beslissingsprocessen worden echter pas de laatste 30 à 40 jaar bestudeerd. Vooraanstaande onderzoekers op dit terrein waren Bellman, Howard, Blackwell, Derman en Veinott.

## Markov beslissingsprocessen

Betrekkelijk snel (rond 1970) was de theorie voor Markov beslissingsprocessen met eindige toestands- en actieruimtes vrijwel compleet: het bestaan van optimale protocollen die beslissingen deterministisch en stationair in de tijd voorschrijven, terwijl stochastische keuzes zijn toegelaten in het model, was aangetoond en algoritmen, die deze protocollen berekenen, ontwikkeld. Met 'optimaal' wordt bedoeld optimaal ten opzichte van een gekozen kostencriterium. In de praktijk rekent men meestal met de gemiddelde kosten van een protocol. Dit is echter een vrij ongevoelig criterium, omdat slechts de kosten op de lange termijn een rol spelen. Daarom gebruikt men de verdisconteerde kosten als criterium: hierbij wordt in aanmerking genomen, dat geld nu meer waard is dan hetzelfde geld over een jaar. Het probleem hierbij is, dat een vaste 'rente' moet worden aangenomen. Om dit te ondervangen zijn aan het eind van de jaren zestig gevoeliger optimaliteitscriteria ontwikkeld.

Daarnaast bleken in die tijd de computers niet krachtig genoeg om realistische problemen te implementeren: immers, voor een model met slechts 50 mogelijke toestanden en twee beslissingen in elke toestand zijn al  $2^{50}$  deterministische protocollen mogelijk. Dit had tot gevolg dat de theorie der Markov beslissingsketens weinig werd toegepast op praktijksituaties, in tegenstelling tot methoden als lineair programmeren.

Het is duidelijk, dat informatie over de structuur van een optimaal protocol het aantal te

controleren keuzes drastisch vermindert. Men denke hierbij aan regels als: accepteer aanvragen voor 008 tot de wachtrij een bepaalde lengte heeft bereikt en verwerp alle aanvragen die de rij boven dit niveau brengen. Het probleem bij eindige toestandsruimtes is echter dat de randeffecten de mooie structuren van optimale protocollen verstoren. Dit motiveert de analyse van Markov beslissingsprocessen met aftelbare toestandsruimtes.

Met name Nederlandse onderzoekers hebben hieraan gedurende de laatste twee decennia een grote bijdrage geleverd. Ook internationaal gezien is de belangstelling voor dit vakgebied de laatste tien jaar groot; in het bijzonder is deze gericht op eenvoudige criteria die het bestaan van deterministische optimale protocollen garanderen voor het gemiddelde en het verdisconteerde kostencriterium.

Tengevolge van de snelle ontwikkeling van de reken- en de geheugencapaciteit van computers worden heden ten dage met succes realistische problemen met behulp van Markov beslissingsprocessen opgelost. Een voorbeeld hiervan uit een totaal ander toepassingsgebied is het in opdracht van een bank gedane onderzoek naar kredietwaardigheid van klanten: hierbij gaat het om een optimale afweging tussen het verstrekken van een krediet en het hieraan verbonden risico.

Onlangs is er rond de Markov beslissingstheorie een reeks initiatieven ontplooid om een internationaal netwerk op te richten. Dit heeft geleid tot enkele succesvolle 'minicongressen' (als deel van een groter congres). Belangrijk uitgangspunt hiervoor is de mogelijkheid van praktische toepassingen.

### Theorievorming

Binnen het project zijn er twee richtingen. De eerste betreft theorievorming voor Markov beslissingsprocessen. Met behulp van operatortheorie is een algemene theorie afgeleid voor het aantonen van het bestaan van deterministische optimale strategieën voor Markov beslissingsprocessen met aftelbare toestandsruimtes, compacte beslissingsruimtes en een opbrengststructuur die onbegrensd in de toestanden is. De resultaten gelden niet alleen voor het gemiddelde opbrengstcriterium, maar ook voor gevoeliger criteria.

De meest elegante theorie ontstaat bij gebruik van exponentiële ergodiciteitsvoorwaarden, zoals de eis van  $M$ -uniforme ergodiciteit, dat de  $n$ -

staps overgangskansen exponentieel snel naar de stationaire verdeling convergeren in de Banachruimte van lineaire operatoren met een eindige gewogen supremum-norm voor de gewichtsvector  $M$ , en dat deze convergentie uniform is in de stationaire protocollen. Bij gebruik van een stationaire strategie wordt dan het resulterende stochastische proces ook exponentieel snel 'stabiel'. Dit is een gewenste eigenschap, ook als er één mogelijke beslissing in elke toestand is, maar zij is beperkend en lastig direct te verifiëren.

Beter te verifiëren zijn zogenaamde recurrentievoorwaarden, die eisen opleggen aan de snelheid waarmee een vaste eindige verzameling toestanden wordt bereikt. Van een zo'n voorwaarde op de 1-staps overgangen, waarbij de vector  $M$  een rol speelt ( $M$ -uniforme recurrentie), is bewezen dat deze  $M$ -uniforme ergodiciteit voor diezelfde gewichtsvector  $M$  impliceert.

Deze theorie vereist volledige toestandsinformatie. Voor de praktische implementeerbaarheid is het van belang om ook partiële toestandsinformatie toe te staan. De theorievorming op dit gebied staat nog in de kinderschoenen. Een methode om processen met partiële informatie te analyseren is kansverdelingen op de oorspronkelijke toestandsruimte te kiezen als toestandsruimte: dit vereist theorie voor Markov beslissingsprocessen met continue toestandsruimtes. De op  $M$ -uniforme ergodiciteit gebaseerde operator-theoretische aanpak is nog een open probleem.

Een ander belangrijk aspect van de  $M$ -uniforme ergodiciteits-eigenschap voor de analyse van wachtrijprocessen is het afleiden van algemene stellingen die uitspraken doen over de exponentiële convergentiefactor, omdat deze immers de snelheid bepaalt waarmee stabiel gedrag optreedt. Dit probleem is nauw gekoppeld aan spectraaltheorie.

### Toepassingen

De tweede richting is meer toepassingsgericht. Om het bestaan van optimale strategieën aan te tonen is het gewenst dat netwerken van wachtrijen voldoen aan bovengenoemde voorwaarden. Een mogelijke methode is directe constructie van de  $M$ -vector. Dit is gedaan voor een aantal eenvoudige wachtrijmodellen, zoals het wachtrijproces met  $K$  elkaar beconcurrerende rijen, een cyclische bediende-model. In het algemeen is een directe constructie zeer ingewikkeld en zoekt men naar andere methodes om het be-

staan van  $M$ -vectoren met een zekere structuur aan te tonen.

Gegeven het bestaan van optimale protocollen in specifieke wachtrijmodellen, is de vraag of het optimale protocol een 'mooie' structuur heeft. Hoewel hierover veel bekend is voor één dienstencentrum, is de structuur voor netwerken van dienstencentra veelal onbekend en ingewikkeld. Voor een groot aantal kostenfuncties is het klanten toewijzen aan de kortste wachtrij optimaal voor een wachtrijstelsel met één dienstencentrum, maar met twee achter elkaar gekoppelde dienstencentra gaat deze structuur in het eerste centrum verloren. Onlangs is echter aangetoond dat de kortste rij-toewijzing wel optimaal blijft in het laatste centrum. Bij partiële toestandsinformatie zijn er bovendien zelfs nog geen algoritmen beschikbaar die een optimaal protocol kunnen berekenen.

In het SMC-project is veel experimenteel onderzoek gedaan ten behoeve van het ontwikkelen van algoritmen. Een generalisatie van het waarde-iteratie algoritme voor verdisconteerde opbrengsten is geïmplementeerd en getest op een aantal wachtrijmodellen. Voorts zijn er algoritmen ontwikkeld en geïmplementeerd voor het gemiddelde opbrengsten-criterium. Het is nog niet duidelijk onder welke voorwaarden een optimaal protocol wordt gegenereerd. In veel problemen blijken de nieuwe algoritmen te gaan 'cyclen'. Er zijn aanwijzingen dat de verkregen cyclende

strategie wel een optimale strategie is, hetgeen belangrijke informatie is voor de algemene theorie van Markov beslissingsprocessen met partiële toestandsinformatie.

Voorts is het voor een aantal complexere wachtrijmodellen gelukt om direct uit de stabiliteit de  $M$ -uniforme ergodiciteit aan te tonen. Hiervoor is in het algemeen een 'left-skipfree' eigenschap nodig. Het proces kan dan slechts een begrensd aantal stappen in de richting van de oorsprong springen. Het is relatief eenvoudig om aan te tonen, dat het verwachte aantal stappen totdat de oorsprong is bereikt, lineair is in de begintoestand. Daaruit volgt direct, dat er een  $M$ -vector is, die exponentieel in de begintoestand stijgt. Daarmee kunnen opbrengstvectoren die polynomiaal in de begintoestand stijgen, worden toegelaten.

Verder is er een begin gemaakt met onderzoek naar de exponentiële factoren in de  $M$ -uniforme ergodiciteitseigenschap. Onder zekere voorwaarden kan worden aangetoond, dat deze nauw samenhangt met de directe constructie van oplossingen voor het  $M$ -uniforme recurrentie-criterium. De methode berust op een voornamelijk probabilistische aanpak door de analyse van de genererende functies van de intreetijden in een vaste toestand. Tot nu toe kan daarmee een aantal wachtrijmodellen worden geanalyseerd met een zeer symmetrische structuur. Op dit moment lijken analytische methodes meer te beloven.

# Overdekkingsproblemen

Werkgemeenschap : Discrete Wiskunde  
 Project : Overdekkingsproblemen  
 Projectleider(s) : prof. dr. J.H. van Lint, prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg  
 Projectmedewerker(s) : ir. M. Struik  
 Instelling : Technische Universiteit Eindhoven

## Wat zijn overdekkingsproblemen?

In veel landen wordt het gokspel toto (lotto) gespeeld. Bij het toto-spel doet elke deelnemer een voorspelling over de uitslagen van een aantal voetbalwedstrijden (winst, verlies, gelijk spel). Als een deelnemer verzekerd wil zijn van de eerste prijs, dient hij alle uitkomsten juist te voorspellen. Elke voorspelling kost echter een

inleg, dus het is te kostbaar om alle mogelijke uitkomsten te voorspellen. Vaak wordt echter ook een bedrag uitgekeerd als er hooguit twee onjuiste voorspellingen zijn. Een deelnemer die verzekerd wil zijn van een prijs, dient dan een toto-schema in te vullen dat onafhankelijk van de uitslag van de wedstrijden altijd een voorspelling oplevert met hooguit twee fouten erin.

**Systeemformulier voor het invullen van:**  
 minimaal 16 kolommen, maximaal 972 kolommen.

Het Toto-Systeemformulier geeft de mogelijkheid om het invullen van meerdere Totomulieren terug te brengen tot één speelkolom en één systeemkolom. Bij enkele wedstrijden kan dan in de speelkolom meer dan 1 kruisje worden geplaatst.

**Voorbeeld:** Het Toto-Systeemformulier bestaat uit 2 kolommen. De linkerkolom is de speelkolom. De rechterkolom is de systeemkolom. U kiest eerst het aantal kolommen dat u wilt spelen. Bijvoorbeeld: 24 kolommen. Bij dit aantal kolommen kunt u gebruik maken van 3x een tweekans (2 kruisjes per wedstrijd) en 1x een driekans (3 kruisjes per wedstrijd) en dus 8x een één kans.

U vult nu de speelkolom in, waarbij het gekozen systeem (zie achterzijde verenigingskopie) gaat toepassen. Daarna geeft u in de systeemkolom aan waar u een tweekans of een driekans heeft gebruikt (zie hiernaast).

**Let op:** In de twee open vakjes onder de systeemkolom noteert u hoeveel twee- en driekansen u in totaal gebruikt heeft. Bij 24 kolommen is dat **311**. (Ter vergelijking: Wanneer u bijvoorbeeld 64 kolommen speelt is het **600**.) Voor het vaststellen van de verschuldigde inleg is de systeemkolom bepalend.

Tweekans	Driekans	Inleg	Tweekans	Driekans	Inleg	Tweekans	Driekans	Inleg
4	0	f 8.-	0	4	f 40.50	5	2	f 144.-
1	2	f 9.-	5	1	f 48.-	2	4	f 162.-
3	1	f 12.-	2	3	f 54.-	7	1	f 192.-
0	3	f 13.50	7	0	f 64.-	4	3	f 216.-
5	0	f 16.-	4	2	f 72.-	1	5	f 243.-
2	2	f 18.-	1	4	f 81.-	6	2	f 288.-
1	1	f 24.-	6	1	f 96.-	0	6	f 324.-
4	1	f 27.-	3	3	f 108.-	5	3	f 432.-
3	0	f 32.-	0	5	f 121.50	2	5	f 486.-
0	2	f 36.-	6	0	f 128.-	2	5	f 486.-

Administratiekosten f 1,50

TWEEKKANS  DRIEKANS

DIT IS UW FORMULIERNUMMER **41 <3380521>**

Wie laat voor f 1,50 per keer zo'n kans liggen: **Kans op f 100.000,- Inleg f 1,50**

ET OP: EXTRA INFORMATIE OP DE ACHTERZIJDE.

geb. datum:  postcode/plaats:

naam:  adres:

bank- of gironummer:

geb. datum:  postcode/plaats:

Het ontwerp van zo'n schema is een overdekkingsprobleem. Een ondergrens voor het aantal formulieren dat bij zo'n schema ingevuld dient te worden levert voor de toto-organisatie een indicatie van de hoogte van het prijzenbedrag dat uitgekeerd kan worden bij een bepaald aantal deelnemers. Het lotto-spel werkt op soortgelijke

wijze. Bij het toto-spel is echter ook informatie voorhanden over de relatieve speelsterkte van de verschillende voetbalteams.

Informatie wordt vaak binair (tweetalig) opgeslagen in het geheugen van een computer. Bij uitwisseling van computergegevens kunnen tijdens de overdracht transmissiefouten optreden.



Dit betekent dat het oorspronkelijke bericht verminkt overkomt. Door nu wat extra informatie aan het te versturen bericht toe te voegen, kunnen fouten die bij verzending optreden gecorrigeerd worden. Dit is een belangrijk voorbeeld van een zogenaamd stapelprobleem. Als de verzonden informatie (de codewoorden) niet al te 'dicht' bij elkaar liggen (op elkaar lijken) en er niet te veel fouten optreden dan ligt het ontvangen woord 'dicht' bij één codewoord (het verzonden woord) en verder van de andere codewoorden. Dit betekent dat het verzonden woord op een unieke manier achterhaald kan worden. Het vakgebied dat zich met de bestudering van zulke codeerschema's bezighoudt is de coderingstheorie. Als we elk ontvangen woord willen decoderen tot een codewoord dat niet al te ver weg ligt, dan dient de code zo ontworpen te worden dat elk mogelijk ontvangen woord dicht bij een mogelijk codewoord ligt; de codewoorden en alle woorden die dicht bij zo'n codewoord liggen overdekken dan precies alle woorden die na transmissie ontvangen kunnen worden. Als elk woord op een unieke manier gedecodeerd kan worden tot een codewoord waar het dicht bij ligt, dan wordt de code perfect genoemd.

Uit bovenstaande voorbeelden blijkt dat overdekkingsproblemen vaker voorkomen dan men op het eerste gezicht denkt. Een kenmerk van overdekkings- en stapelproblemen is dat de probleemstelling vaak zeer eenvoudig is, maar de intrinsieke moeilijkheid van de problemen zeer groot! Bij de analyse van overdekkings- en stapelproblemen worden dan ook technieken uit zeer verschillende disciplines gebruikt: eindige lichamen, matrixtheorie, eigenwaarden, getaltheorie, teltechnieken, informatietheorie en kansrekening en orthogonale polynomen. De in het laatste voorbeeld (coderingstheorie) genoemde binaire perfecte codes werden uiteindelijk (vrijwel) gekarakteriseerd met gebruikmaking van technieken uit alle hiervoor genoemde terreinen.

### **Ontwikkeling van het vakgebied**

De discrete wiskunde, in het bijzonder de coderingstheorie, is een relatief jong vakgebied. Met de opkomst van de computer werd het belangrijk technieken te ontwikkelen die een betrouwbare opslag en transmissie van informatie mogelijk maken, ook wanneer het opslagmedium (magneetband, etc.) en het transmissiemedium (koperdraad, de atmosfeer, etc.) niet foutvrij zijn. Heden ten dage kan onze maatschappij zelfs niet

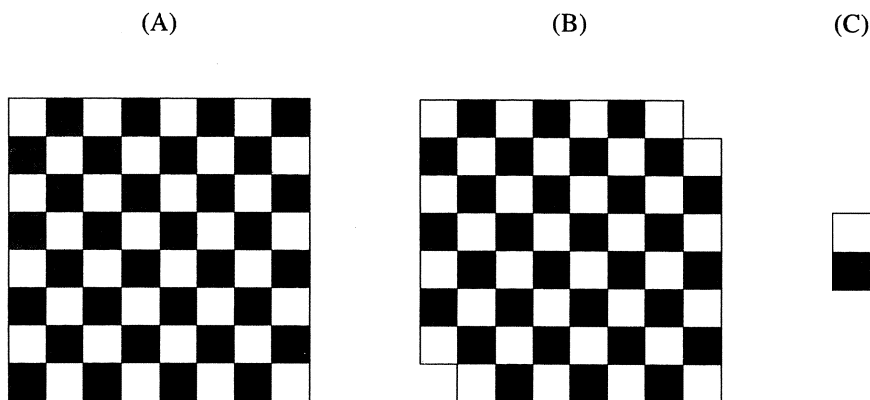
eens functioneren zonder betrouwbare opslag en transmissie van informatie. Dit is evident in de financiële sector, waar het uitvallen van een computersysteem of het verlies van data direct leidt tot astronomische verliezen; recente studies tonen zelfs aan dat een groot aantal ondernemingen bij het uitvallen van hun informatienetwerk reeds binnen een week niet meer zouden kunnen functioneren. De computertechnologie is een enorme stimulans gebleken voor de ontwikkeling van de discrete wiskunde, in het bijzonder voor de coderingstheorie. Satelliet- en ruimtevaartprogramma's hebben ook een grote invloed gehad. In de jaren zestig en zeventig werd grote vooruitgang geboekt in het ontwerp van goede codes welke een efficiënte decoding toelaten. Codes worden allang niet meer alleen toegepast bij de transmissie van data; ook fouten-tolererende computersystemen en computergeheugens bevatten tegenwoordig een codeersysteem dat het localiseren van fouten mogelijk maakt. Er zijn ook toepassingen van codes bij het toewijzen van rekentijd en geheugen in multiprocessor netwerken. Gestimuleerd door problemen uit de coderingstheorie, statistische proefopzetten (experimentele designs), netwerkproblemen, etc., heeft de gehele discrete wiskunde de afgelopen dertig jaar een enorme vlucht genomen. Deze houdt zich meer in het algemeen bezig met de bestudering van eindige structuren. De meeste problemen kunnen geformuleerd worden als stapel- of overdekkingsprobleem. Vooral aan de zogenaamde perfecte configuraties (overdekkingen waarbij geen overlap optreedt) is reeds veel aandacht besteed. Voorbeelden zijn in de coderingstheorie de perfecte codes en in de designtheorie de zogenaamde  $t$ -designs. In de persoon van Van Lint heeft Nederland aan de classificatie van de perfecte codes in de jaren zeventig een grote bijdrage geleverd. Hoewel perfecte configuraties vaak de meeste aandacht hebben gekregen, zijn deze betrekkelijk zeldzaam. Meestal zijn overdekkingen en stapelingen niet perfect. In het algemeen is, opmerkelijk genoeg, niet zoveel bekend. Waarschijnlijk komt dit door de grilligheid van de optredende structuren.

### **Recente resultaten**

Bij overdekkingsproblemen is men geïnteresseerd in een bedekking van een bepaalde configuratie met zo min mogelijk objecten (zuinige overdekkingen). In het eerste voorbeeld bestaat de configuratie uit alle mogelijke uitkomsten

van voetbalwedstrijden en zijn de objecten de afzonderlijke uitslagenlijstjes plus versies van die lijstjes met hooguit twee fouten erin. In het tweede voorbeeld is de configuratie de collectie van mogelijke ontvangen woorden en zijn de objecten de codewoorden inclusief de woorden die daar 'dicht' bij liggen. In het algemeen is de configuratie een eindige wiskundige structuur en zijn de objecten deelstructuren van de configuratie. Een overdekking correspondeert dan met de keuze van een aantal deelstructuren (objecten) die tezamen de gehele structuur (configuratie) vormen. Bij de bestudering van overdekkingsproblemen wordt deze algemene formulering echter vrijwel nooit gebruikt, om-

dat de probleemstelling dan te weinig structuur heeft om zinvol onderzoek te doen. Daarom kiest men vaak eenvoudige objecten, die alle dezelfde structuur hebben en eenvoudig zijn te modelleren. In beide voorbeelden zijn de objecten eenvoudig te modelleren en is eenvoudig na te gaan welke punten van de configuratie bij een object horen: bij het toto-probleem moet zo'n punt dan op hooguit twee punten afwijken van een uitslagenlijstje ('afstand' hooguit twee hebben), bij het coderingsvoorbeeld moet het 'dichtbij' een codewoord liggen. In beide gevallen speelt het begrip 'afstand' een grote rol. Deze afstandsmaat, de Hamming-metrik, speelt een sleutelrol in de coderingstheorie.



Bij de bestudering van overdekkingsproblemen worden vaak methoden gebruikt, die ogenschijnlijk niets met elkaar te maken hebben. Toch zijn de basisideeën van veel methoden dezelfde. We illustreren zo'n basisidee met het volgende overdekkingsprobleem. Gegeven is een bepaalde configuratie (speelbord A, resp. B) en een verzameling objecten (domino's C). De domino's kunnen op het speelbord worden geplaatst. Bij overdekkingsproblemen is men geïnteresseerd in een bedekking van een bepaalde configuratie met zo min mogelijk objecten (zuinige overdekkingen). Speelbord A heeft oppervlakte 64 en elke domino heeft oppervlakte twee, dus het is duidelijk dat er tenminste 32 domino's nodig zijn om speelbord A te overdekken. Het is eenvoudig in te zien, dat 32 domino's ook volstaan: plaats er vier horizontaal op elke rij. Speelbord B heeft oppervlakte 62, dus er zijn minimaal 31 domino's nodig om dit speelbord te overdekken. Als dit aantal ook volstaat, dan moeten alle domino's in

ieder geval horizontaal of vertikaal neergelegd worden. Het volgende argument laat zien dat 31 domino's niet volstaan: na plaatsing op speelbord B bezet elke domino zowel een zwart als een wit veld (vierkantje). In totaal bevat speelbord B 30 zwarte velden en 32 witte velden, dus er zijn minimaal 32 domino's nodig om bord B te overdekken. Een overdekking met 32 domino's kan worden verkregen door bij een overdekking van speelbord A de domino's linksonder en rechtsboven een plaats te verschuiven.

In het algemeen kan men, evenals in bovenstaand voorbeeld, onderscheid maken tussen globale en lokale criteria. Bij het speelbord was het globale criterium een oppervlakte-argument en het lokale criterium de eigenschap dat elke domino zowel een zwart als een wit veld bezet. Evenals in het voorbeeld levert bestudering van de lokale structuur vaak meer informatie dan het bestuderen van de globale structuur alleen.

In het SMC-project worden met name overdekkingsproblemen uit de coderingstheorie bestudeerd en worden de objecten eenvoudig met behulp van de Hamming-metrick beschreven. De configuratie bestaat in dit geval uit alle binaire rijtjes van een vaste lengte; een object is een collectie binaire rijtjes met een begrensde Hamming-afstand tot een vast gekozen binair rijtje. De objecten kunnen beschouwd worden als de discrete analogie van massieve bollen in de reële ruimte. Een zuinige overdekking van alle binaire rijtjes, een zogenaamde overdekkingscode, komt nu overeen met de keuze van een zo klein mogelijk aantal bollen die samen alle binaire rijtjes bevatten. Als men transmissiefouten wil verbeteren, gaat men in omgekeerde richting te werk en probeert een zo groot mogelijke collectie bollen te vinden die geen onderlinge overlap hebben. In beide gevallen zijn de middelpunten van de bollen de codewoorden. De straal van de bollen zegt iets over het aantal transmissiefouten dat verbeterd kan worden.

Hoewel er in de afgelopen dertig jaar grote successen zijn geboekt in het onderzoek naar goede fouten verbeterende codes, zijn goede resultaten op het gebied van overdekkingscodes lange tijd uitgebleven. In de jaren zestig en zeventig zijn slechts enkele resultaten behaald voor toto-schema's met ten hoogste negen voetbalteams (het zogenaamde football pool problem). In het afgelopen decennium is het onderzoek naar zuinige overdekkingscodes echter in een stroomversnelling gekomen door de ontwikkeling van enkele efficiënte constructiemethodes en de vaststelling van betere theoretische grenzen voor deze codes. Tevens bleken er verbanden te zijn tussen de structuur van overdekkingscodes en structuren uit andere delen van de discrete wiskunde. Al deze resultaten werden behaald door de lokale structuur van overdekkingscodes nader te onderzoeken. De meeste publikaties zijn nog geen vijf jaar oud!

### Het SMC-project

Vanwege de zeer grote intrinsieke lastigheid van het algemene overdekkingsprobleem, richt het onderzoek zich met name op overdekkingsproblemen uit de coderingstheorie. Bestaande constructies, theoretische grenzen en asymptotische resultaten worden geïnventariseerd. Voorts worden verbanden aangegeven tussen constructies en grenzen voor overdekkingscodes en resultaten uit de coderingstheorie en de design theorie. Vervolgens wordt bekeken in hoeverre de verschillende dwarsverbanden tussen overdekkingscodes en andere structuren uit de discrete wiskunde uitgebuit kunnen worden bij het verbeteren van constructies en theoretische resultaten, alsmede bij een uniforme en eenvoudige beschrijving van de bestaande resultaten.

In het afgelopen jaar zijn enkele bestaande constructies en theoretische grenzen eenvoudig beschreven en is onderzoek verricht naar overdekkingscodes met een lineaire structuur. Door deze vereenvoudigde beschrijving is nieuw inzicht ontstaan in verbanden tussen overdekkingscodes en andere overdekkingsproblemen uit de discrete wiskunde. Dit heeft bij de deelklasse der lineaire overdekkingscodes tot veel nieuwe resultaten geleid. Tevens bleken de meeste bekende resultaten voor lineaire overdekkingscodes ook op eenvoudige en uniforme wijze uit de nieuwe theoretische grens afgeleid te kunnen worden. Nieuwe grenzen voor overdekkingscodes zijn aangegeven via een geheel nieuwe benadering, die tevens laat zien dat er vele verbanden zijn tussen overdekkingsproblemen, coderingstheorie en design theorie. Op dit moment wordt onderzoek verricht naar nieuwe constructies voor overdekkingscodes. Aangezien er slechts enkele bekend zijn, is er perspectief dat gericht onderzoek een nieuwe efficiënte constructie voor overdekkingscodes oplevert.

# Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen

Werkgemeenschap	:	Analyse
Project	:	Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen
Projectleider(s)	:	prof. dr. ir. R. Martini, dr. P.H.M. Kersten
Projectmedewerker(s)	:	ir. T. van Bemmelen
Instelling	:	Universiteit Twente

## Projectomschrijving

In de bestudering van partiële differentiaalvergelijkingen (PDV's), voornamelijk uit de mathematische fysica, de theoretische natuurkunde en de techniek, is de constructie van oplossingen het natuurlijke hoofddoel. De theorie voor lineaire differentiaalvergelijkingen wordt in zekere zin gezien als een afgerond geheel. Voor niet-lineaire vergelijkingen ontbreekt echter vooralsnog een dergelijke omvangrijke theorie. Een symmetrie is een transformatie die oplossingen van een vergelijking overvoert in andere oplossingen. Met behulp van dergelijke transformaties kunnen dus nieuwe en mogelijk interessantere oplossingen worden gevonden. Dit is van groot belang, omdat er geen algemeen principe bestaat dat uitspraken doet over de structuur van de verzameling oplossingen. De door de grote Noorse wiskundige Sophus Lie eind vorige eeuw ontwikkelde theorie biedt de mogelijkheid om een klasse van deze transformaties, de  $r$ -parameter Lie-groepen, daadwerkelijk te bepalen en hiermee dus inzicht te krijgen in de oplossingen en hun structuur van de, meestal niet-lineaire, vergelijkingen. De hiermee samenhangende linearisatie leidt tot de constructie van Lie-algebra's van de infinitesimale symmetrieën, welke langs methodische weg algebraïsch zijn te berekenen. Deze symmetrieën moeten voldoen aan de 'symmetrie-conditie' die, indien volledig uitgeschreven voor een bepaalde differentiaalvergelijking, resulteert in een meestal zeer omvangrijk overbepaald stelsel van lineaire PDV's.

Uitbreiding van de theorie van Lie heeft geleid tot interessante generalisaties van dit symmetriebegrip, die echter aanleiding geven tot nog grotere stelsels van PDV's. Doel van het project is

dan ook om enerzijds bestaande computeralgebra software uit te breiden, teneinde omvangrijkere probleemstellingen te kunnen hanteren, anderzijds om door toepassing van deze software op concrete problemen meer inzicht te krijgen in de onderliggende meetkundige en algebraïsche structuren van deze soort vergelijkingen.

## Ontwikkeling van het vakgebied

De oorsprong van het vakgebied ligt in het werk van Sophus Lie. Zijn zeer oorspronkelijke werk is nog steeds het uitgangspunt van nieuwe ontwikkelingen. Het fundamentele in Lie's werk was dat hij het zoeken naar symmetrietransformaties – een duidelijk niet-lineair, en daardoor van nature ingewikkeld probleem – via



*Sophus Lie*  
(1842-1899)

een linearisatie-proces terugbracht tot een in wezen lineair probleem. Hoewel de fundamenteën dus al bijna een eeuw oud zijn, heeft het nog tot ver in deze eeuw geduurd voordat men op uitgebreide schaal aan toepassingen ging werken. Onze landgenoten Korteweg en De Vries stelden in 1895 een vergelijking op ter beschrijving van het gedrag van oppervlaktegolven. Deze KdV-vergelijking blijkt een aantal zeer interessante eigenschappen te bezitten. Eerst eind jaren zestig verscheen er een serie artikelen over de KdV-vergelijking. Diverse eigenschappen, nu bekend onder termen als: hiërarchieën van behoudswetten en hogere orde symmetrieën, prolongatiestructuren, Lax-paren, inverse verstrooiing, bi-Hamiltoniaanse structuren, recursie-operatoren van behoudswetten en symmetrieën, en volledige integreerbaarheid, die voor het eerst zijn ontdekt voor de KdV-vergelijking, zijn later ook aangetoond voor een reeks andere vergelijkingen uit de mathematische fysica. Het vermoeden bestaat dat, indien een systeem een van de genoemde eigenschappen bezit, ook andere eigenschappen kunnen worden afgeleid.

De belangrijkste fysische eigenschap van de KdV-vergelijking is het bestaan van vormvaste oplossingen (solitonen). Solitonen behouden hun vorm ook bij wisselwerking, hetgeen sterk doet denken aan het gedrag van elementaire deeltjes. Vooral hierom heeft het onderzoek naar dit type vergelijkingen de afgelopen jaren zo'n hoge vlucht genomen. Het (multi)soliton-gedrag van deze vergelijkingen is af te leiden met behulp van (gegeneraliseerde) symmetrieën. Door hun soliton-gedrag zijn de volledig integreerbare systemen (dat wil zeggen, expliciet oplosbaar in termen van action-angle variabelen) de meest waardevolle kandidaten voor vergelijkingen in de mathematische en theoretische fysica. Veel van deze systemen worden beschreven met één plaats- en één tijdvariabele. Problemen met meer dan twee variabelen (het standaard voorbeeld is de Kadomtsev-Petviashvili vergelijking) zijn moeilijker te beschrijven en onderzoeken. Het onderzoek aan deze soort niet-lineaire systemen wordt de laatste jaren meer algebraïsch van aard, omdat de klassieke functionaal-analytische aanpak niet de meest geëigende lijkt. Toepassing van deze algebraïsche methoden leidt tot een grote hoeveelheid mathematisch rekenwerk. We zien dan ook een hiermee parallel lopende toename van het gebruik van computeralgebra. Algebraïsche berekeningen zoals de construc-

tie van de oplossingen van de (gegeneraliseerde) symmetrie-conditie worden dan uitgevoerd op een computer. De afgelopen jaren is er een aantal concurrerende software pakketten op dit gebied verschenen.

Interessante ontwikkelingen binnen het vakgebied liggen op het gebied van de supersymmetrische systemen. Het betreft hier uitbreidingen van vergelijkingen met variabelen die niet meer de zogenaamde commuterende eigenschappen bezitten. Een toepassing is het supersymmetrische Heisenberg-model, dat een belangrijke rol speelt in de beschrijving van supergeleiding bij hogere temperaturen. Daar dit aspect in het onderhavige project niet centraal heeft gestaan wordt er hier niet verder op ingegaan.

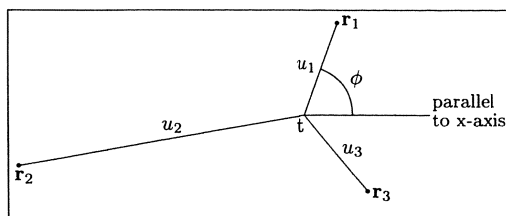
Andere belangrijke recente ontwikkelingen liggen op het gebied van de coverings. Hierbij wordt het systeem ingebed in een groter omhullend systeem. Eigenschappen en oplossingen van het uitgebreide systeem laten zich dan reduceren tot en projecteren op het onderliggende systeem. Ook deze ontwikkelingen leiden tot nieuwe constructies van oplossingen. Tevens blijkt toepassing van cohomologie theorie belangrijk te zijn bij de constructie van gedeformeerde systemen, dan wel bij de gestoorde vergelijkingen.

### Het SMC-project

De hoofddoelen van het project zijn het verkrijgen van dieper inzicht in de Lie-algebraïsche structuren van PDV's die een belangrijke rol spelen in de mathematische fysica, en het construeren van software om de zeer omvangrijke berekeningen efficiënt op computers uit te voeren.

Allereerst is een probleem beschouwd dat de beweging beschrijft van drie quarks in een veld van onderlinge aantrekkingskrachten.

In een sterk vereenvoudigd model van de Quantumchromodynamica wordt het gluon-veld, dat de drie quarks in een proton bij elkaar houdt, benaderd door de werking van drie draden.



De energie van het gluon-veld is evenredig genomen aan de lengte van de draad en het centrale punt  $t$  wordt vastgelegd door de eis dat  $w_1 + u_2 + u_3$  minimaal is. Met behulp van computeralgebra zijn eerst alle infinitesimale symmetrieën van het bijbehorende systeem van bewegingsvergelijkingen geconstrueerd, en is vervolgens dit niet-lineaire probleem volledig opgelost.

Daarna is onderzoek gedaan naar de Landau-Lifshitz-vergelijking, die spingolven in een ferromagnetisch materiaal beschrijft. Deze vergelijking is zeer interessant, mede omdat reducties van dit systeem leiden tot de niet-lineaire Schrödinger-vergelijking en het Heisenberg Spin Chain model. Hogere orde symmetrieën, generaliseerde symmetrieën of Lie-Bäcklund-transformaties zijn algebraïsche generalisaties van het klassieke symmetrie-begrip en spelen een fundamentele rol in de volledig integreerbare systemen. Voor de Landau-Lifshitz-vergelijking zijn hiërarchieën van hogere orde en niet-lokale symmetrieën bepaald, alsmede de recursie-operator die via herhaalde toepassing op een symmetrie de volledige hiërarchie genereert. Bij de constructie van de recursie-operatoren voor volledig integreerbare systemen speelt de theorie der coverings een belangrijke rol. Door uitbreiding van een systeem van vergelijkingen, zonder de oplossings-structuur van het oorspronkelijke probleem aan te tasten, en door van dit grotere systeem de symmetrieën te construeren, vinden we de niet-lokale symmetrieën, via welke we interessante eigenschappen van het oorspronkelijke systeem kunnen afleiden.

## Werk in 1992

De steeds groeiende hoeveelheid algebraïsch rekenwerk heeft de vraag opgeroepen of een meer compacte representatie van het overbepaalde systeem van PDV's, dat resulteert uit de symmetrie-conditie, mogelijk zou zijn. In deze conditie spelen de totale partiële afgeleide operatoren een cruciale rol. Door hun werking genereren zij een explosieve toename van het aantal termen in een algebraïsche uitdrukking. Daarom is er programmatuur ontwikkeld die zeer flexibel is, explosie van uitdrukkingen voorkomt en het totaal der berekeningen sneller en efficiënter doet verlopen. Hiernaast is het onderzoek naar niet-lokale symmetrieën voortgezet. Er is aangetoond dat de door sommige auteurs geïntroduceerde nieuwe klassen van 'potentiaal-symmetrieën' niets anders zijn dan een zeer beperkt deel van de klasse van niet-lokale symmetrieën. Tevens is aangetoond dat het verloren gaan van symmetrieën in de door deze auteurs geïntroduceerde methode onnatuurlijk is en voortkomt uit een te beperkte probleemformulering. Met behulp van de ontwikkelde programmatuur is een aantal vergelijkingen op hun symmetrie-gedrag onderzocht. Zo is er voor een systeem van drie PDV's, voortkomend uit de meetkundige beschrijving van soliton-oppervlakken, aangetoond dat er een on-eindige hiërarchie van symmetrieën bestaat. Met behulp van de theorie der deformaties van differentiaalvergelijkingen is een recursie-operator voor dit systeem geconstrueerd. Dit is tevens een zeer sterke aanwijzing dat dit systeem volledig integreerbaar is.

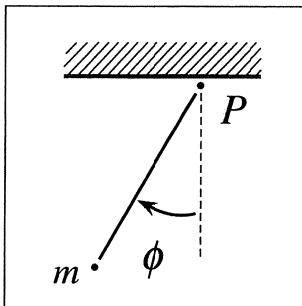
# Homocliene bifurcaties en periodieke attractoren

Werkgemeenschap	: Algebra & Meetkunde
Project	: Homocliene bifurcaties met periodieke attractoren
Projectleider(s)	: prof. dr. F. Takens
Projectmedewerker(s)	: drs. A.J. Homburg
Instelling	: Rijksuniversiteit Groningen

## Inleiding

In deze inleiding zullen we de in de titel genoemde begrippen beschrijven aan de hand van een voorbeeld ontleend aan de mechanica. We beschouwen een wrijvingsloze slinger (zie Figuur 1), waarvan de beweging zich afspeelt in een vertikaal vlak.

**Figuur 1**



Zonder op de bewegingsvergelijkingen in te gaan is het duidelijk dat zo'n slinger, afhankelijk van de begintoestand, de volgende bewegingen kan uitvoeren:

- een periodieke slingering, of oscillatie, om de evenwichtstoestand waarbij de slinger omlaag hangt — bij deze slingering slaat de slinger niet 'over de kop';
- een rotatie om  $P$  — ook deze beweging is periodiek, maar in elke periode 'slaait  $P$  éénmaal over de kop'.

Naast deze twee mogelijkheden zijn er nog een aantal uitzonderingsgevallen, te weten:

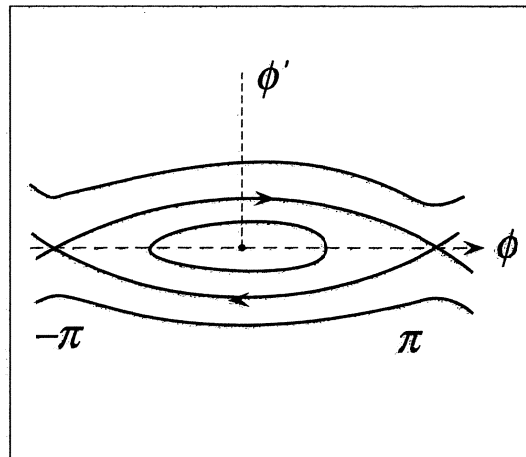
- het massapunt  $m$  kan in rust verkeren in de positie vertikaal naar beneden ( $\phi = 0$ );
- het massapunt  $m$  kan in rust verkeren in de positie vertikaal omhoog ( $\phi = \pi$ );
- het massapunt kan een beweging beschrijven zodat de hoek  $\phi(t)$  zowel in de oneindig verre toekomst (voor  $t \rightarrow \infty$ ) als in het

oneindig verre verleden (voor  $t \rightarrow -\infty$ ) naar  $\pi$  nadert.

In dit laatste geval spreken we van een *homocliene* beweging. In het algemeen spreekt men van een homocliene beweging als het gedrag in de oneinig verre toekomst hetzelfde is als het gedrag in het oneindig verre verleden. Het bovenstaande kan samengevat worden in een fase-diagram. Dit is een figuur van het  $\phi, \phi'$ -vlak, waarin elk van de mogelijke bewegingen door een kromme weergegeven kan worden, zie Figuur 2 — we beschouwen het  $\phi, \phi'$ -vlak, omdat de waarden van de hoek  $\phi$  en de hoeksnelheid  $\phi'$  op een gegeven tijdstip de gehele beweging, in toekomst en verleden, bepalen.

**Figuur 1**

*Slinger: een massapunt  $m$  is door een starre staaf verbonden met een vast punt  $P$ ; de uitwijking wordt bepaald door de hoek  $\phi$ .*



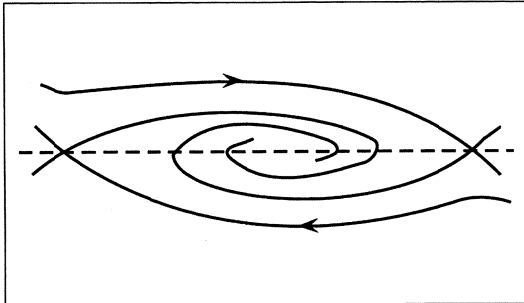
**Figuur 2**

*Fasediagram van de wrijvingsloze slinger — de hoek  $\phi = \pi$  en de hoek  $\phi = -\pi$  zijn dezelfde, zodat men de figuur periodiek kan voortzetten.*

Om een idee te geven van een homocliene bifurcatie en een periodieke attractor maken we een paar variaties op dit eerste voorbeeld van een slinger. Om te beginnen voegen we enige wrijving toe. Alweer, zonder op de bewegingsvergelijkingen in te gaan, is het duidelijk dat er nu geen periodieke bewegingen meer zijn en dat

bijna alle bewegingen naderen naar de toestand waarbij de slinger vertikaal naar beneden hangt. We hebben nog steeds uitzonderingsgevallen: net als in het wrijvingsloze geval is het mogelijk dat  $m$  stil staat, zowel in de positie vertikaal naar beneden als vertikaal naar boven. Ook bestaan bewegingen waarbij de hoek  $\phi(t)$  in de oneindig verre toekomst òf in het oneindig verre verleden (maar niet beide) naar  $\pi$  nadert. Ook dit geven we weer in een fase-diagram (Figuur 3).

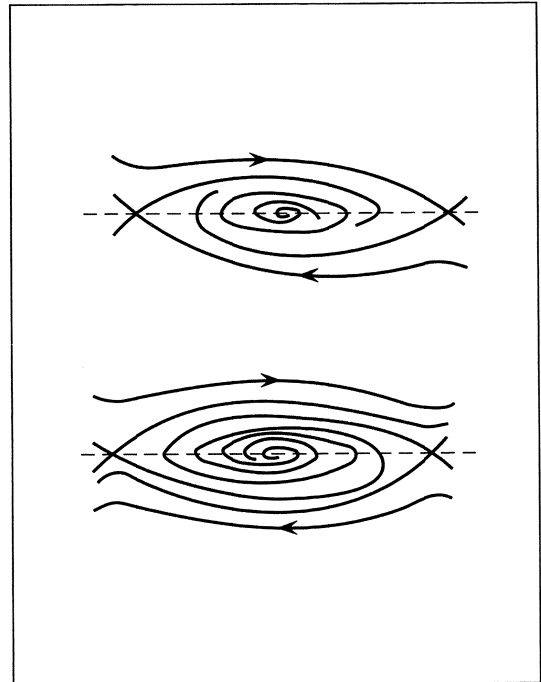
**Figuur 3**  
Fasediagram van de gedempte slinger.



Ten slotte beschouwen we de situatie waarbij soms positieve en soms negatieve wrijving optreedt – dit lijkt onrealistisch, maar komt overeen met situaties waarbij de slinger aangedreven wordt. We zullen eerst aannemen dat de wrijving negatief is in een kleine omgeving van de evenwichtstoestand waarbij de slinger vertikaal naar beneden hangt ( $\phi = 0$ ), en dat de wrijving elders gewoon positief is. Als gevolg van deze negatieve wrijving zal de evenwichtstoestand niet langer stabiel zijn en de meeste bewegingen zullen uiteindelijk naderen tot een periodieke beweging. Zo'n periodieke beweging waar bijna alle, of in ieder geval een substantieel deel van alle, bewegingen naar naderen noemen we een *periodieke attractor*. Naarmate we de negatieve wrijving sterker maken zal de amplitude, d.w.z. de maximale uitwijking, van de periodieke attractor steeds groter worden.

Dit kan zo doorgaan tot de maximale uitwijking gelijk wordt aan  $\pi$ . Komt het zo ver, dan speelt zich het volgende scenario af: eerst groeit de periode van de periodieke beweging in de periodieke attractor tot onbegrensde waarden terwijl de amplitude naar  $\pi$  nadert; op het moment dat de 'amplitude gelijk is aan  $\pi$ ' is er geen sprake meer van een periodieke beweging, maar hebben we een homocliene beweging; neemt de negatieve wrijving nog verder toe dan treedt er weer een periodieke beweging op, maar nu één waarbij het

massapunt in elke periode een keer over de kop slaat. In de fase-diagrammen in Figuur 4 is dit alles duidelijk te zien.



**Figuur 4**

**Figuur 4**  
Fasediagrammen van een slinger met gedeeltelijk negatieve wrijving welke geleidelijk in sterkte toeneemt, zodat de slinger uiteindelijk over de kop slaat.

In dit laatste geval zagen we een *homocliene bifurcatie*: bij het toenemen van een parameter, hier de sterkte van de negatieve wrijving, verandert bij één waarde van de parameter het bewegingspatroon abrupt terwijl op het moment van die verandering het systeem een homocliene beweging toelaat. Het doel van het onderhavige project is dit soort bifurcaties en de erbij optredende veranderingen van periodieke attractoren in algemene situaties te bestuderen.

### Enige achtergrond

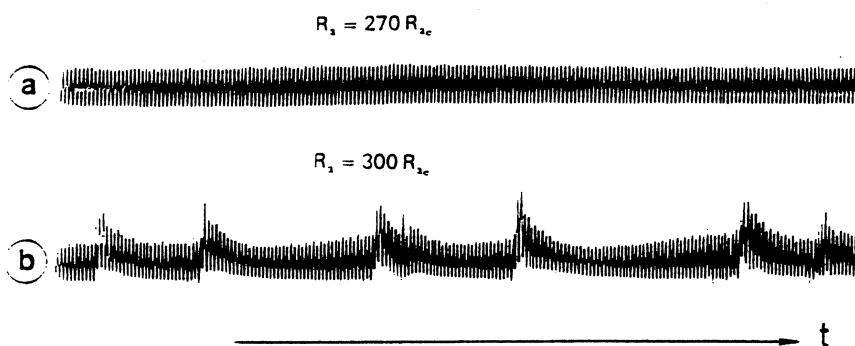
De bestudering van homocliene bifurcaties gaat ten minste terug tot Poincaré's werk over de stabiliteit van het zonnestelsel. Bij dit werk was al duidelijk dat homocliene bifurcaties tot uiterst complexe dynamica kan leiden (dat dit in het bovenstaande voorbeeld nog niet het geval was komt omdat daar het aantal vrijheidsgraden te klein is). Het is om deze reden dat het onderzoek van homocliene dynamica al lange tijd een centrale plaats inneemt in de studie van dynamische systemen. Als belangrijke voorbeelden noemen we het hoefijzer (horseshoe) voorbeeld van Smale en de stelling van Newhouse over de



coëxistentie van oneindig veel periodieke attractoren. In beide gevallen was sprake van een analyse van de dynamische consequenties van een homocliene beweging, in het tweede voorbeeld zelfs van een homocliene bifurcatie.

Een ander aspect dat bij de formulering van het onderhavige project een rol speelde is de zogenaamde intermittentie. Dit is een type overgang van eenvoudige, meestal periodieke, dynamica naar meer complexe dynamica, die sinds het begin van de jaren tachtig bestudeerd wordt. Het gaat hier om een overgang waarbij, wanneer een parameter een kritische waarde overschreden

heeft, het periodieke gedrag op min of meer onregelde tijdstippen onderbroken wordt door ander, meestal grillig gedrag. Dit soort overgang is te verwachten als een periodieke attractor verdwijnt, maar de globale dynamica zo is dat het systeem de neiging heeft terug te keren in toestanden die dicht bij de vroegere attractor liggen – hoewel de periodieke attractor als zodanig niet meer bestaat zullen we wel geruime tijd een beweging zien die zeer veel op de vroegere periodieke beweging lijkt. In Figuur 5 is een dergelijke beweging te zien.



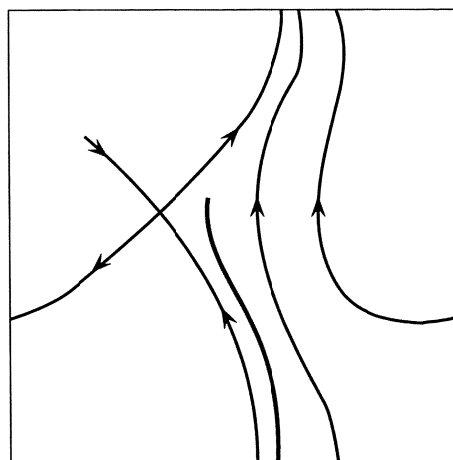
**Figuur 5**  
Intermittent gedrag zoals waargenomen in een vloeistof-experiment.

Van belang voor zo'n intermittente overgang is dus dat een periodieke attractor verdwijnt. Zoals we in het bovenstaande voorbeeld hebben gezien kan dit ook gebeuren bij een homocliene bifurcatie. De bedoeling van het project was om de mogelijkheden te onderzoeken van dergelijke intermittente overgangen bij homocliene bifurcaties. Ook was hierbij de vraag of er kwantitatieve voorspellingen gedaan kunnen worden over de dynamica nabij een dergelijke overgang die in een experimentele situatie getoetst kunnen worden. Dit naar analogie van de bekende schalingseigenschappen zoals die door Feigenbaum, Coulet en Tresser gevonden zijn bij de overgang naar complexe dynamica via periodeverdubbelingen.

**Nadere probleemstelling en resultaten uit voorafgaande jaren**

De eenvoudigste situatie waarbij intermittentie bij een homocliene bifurcatie kan optreden is bij een systeem dat beschreven wordt door een

differentiaalvergelijking op een torus of een fles van Klein. In dit geval is het namelijk mogelijk om een stationair punt te hebben van zadeltyp (zoals de stationaire toestand in ons eerste voorbeeld waarbij de slinger op z'n kop staat), waarbij een homocliene lus optreedt terwijl de tak van de onstabiele separatrix (zie Figuur 6) die geen deel



**Figuur 6**  
Fasediagram van een homocliene bifurcatie op een torus (op de gebruikelijke manier weergegeven door een rechthoek) die tot intermittentie kan leiden.

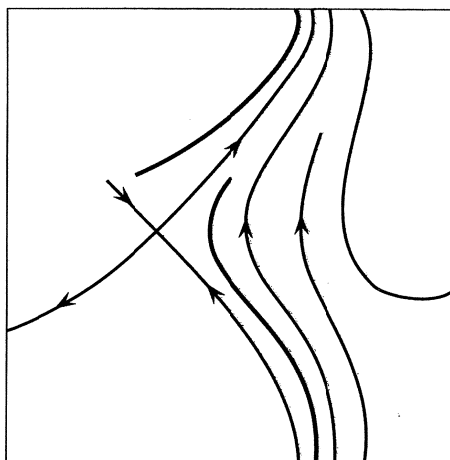
uitmaakt van de homocliene lus wel nadert tot de homocliene lus.

Als we aannemen dat in het zadelpunt de contraherende eigenwaarde dominant is dan zal bij een kleine verstoring van de differentiaalvergelijking een periodieke attractor kunnen optreden die zeer dicht ligt bij de homocliene lus.

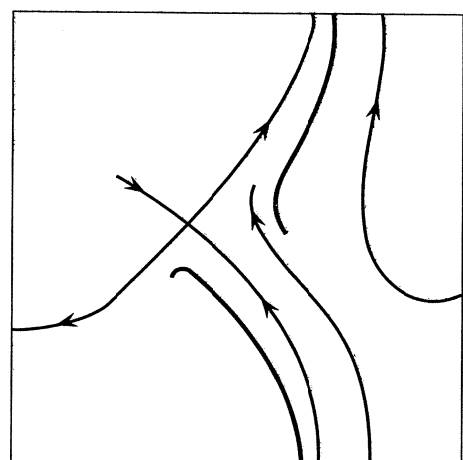
Bij een verstoring naar de andere kant, zie Figuur 7, is er niet zo'n eenvoudige periodieke attractor. Wel is het dan zo dat, omdat de 'vrije tak' van de onstabiele separatrix terugkeert, oplossingen van de differentiaalvergelijking geregeld terugkomen nabij de plaats waar eerst de homocliene lus aanwezig was.

Een analoog voorbeeld krijgt men op de fles van Klein waarbij langs de terugkerende tak van de onstabiele separatrix de oriëntatie van het oppervlak omkeert. Deze twee voorbeelden zijn de meest 'generieke' voorbeelden waarbij een homocliene bifurcatie aanleiding geeft tot intermittenie. Ook voor systemen met meer vrijheidsgraden zijn deze voorbeelden representatief. In de afgelopen jaren zijn we erin geslaagd een nauwkeurige beschrijving te geven van de dynamica die optreedt in het in Figuur 7 bij b. aangeduide geval.

**Figuur 7**  
Fasediagrammen zoals die ontstaan door het breken van de homocliene lus: (a) een periodieke attractor die dicht bij de homocliene lus ligt; (b) de periodieke attractor die bij de homocliene lus lag, is hier verdwenen.



(a)



(b)

Bij toename van de verstoring zullen er achtereenvolgens vele verschillende periodieke attractoren optreden. Al deze periodieke attractoren volgen achtereenvolgens twee typen van lussen: de lus die oorspronkelijk gevormd werd door de homocliene baan en de lus die bepaald wordt door de terugkerende tak van de onstabiele separatrix. Aangetoond werd dat de opvolging van de verschillende typen van periodieke attractoren (verschillend in termen van de volgorde en het aantal keren dat de beide lussen doorlopen worden) onafhankelijk is van de verdere details van ons voorbeeld. Tussen de gebieden waar deze periodieke attractoren optreden zijn er waarden van de verstoringparameter waar een homocliene bifurcatie optreedt (en dus in het klein het hele scenario zich herhaalt), maar ook waarden waar noch een homocliene bifurcatie noch een

periodieke attractor aanwezig is. Ook zijn schalingseigenschappen afgeleid voor de lengtes van de intervallen waarin de bifurcatieparameter moet liggen wil een periodieke attractor met een bepaalde periode optreden.

### Homocliene bifurcaties met hoefijzers

Zoals we zagen ging de belangstelling oorspronkelijk in de richting van de attractoren die betrokken zijn bij homocliene bifurcaties. De reden voor deze belangstelling voor attractoren is dat deze het eenvoudigst zijn waar te nemen: voor bijna elke begintoestand evolueert een systeem naar zo'n attractor. Er zijn echter ook homocliene bifurcaties waarbij in het geheel geen attractoren betrokken zijn, en het bleek dat deze zeer interessante bifurcaties kunnen opleveren waarbij gebieden optreden met een 'hoefijzerdy-

namica'. Ook hier werd een systematische studie gemaakt van de meest 'generieke' gevallen. De resultaten laten zich moeilijk in algemene be-  
woording uitleggen. Wel willen we kort aange-  
ven hoe dit soort resultaten, ondanks het feit dat  
ze niet over attractoren gaan en dus in zekere zin  
alleen iets zeggen over uitzonderlijke bewegin-  
gen van een dynamisch systeem, toch van belang  
kunnen zijn bij de beschrijving van de totale dy-  
namica.

We kunnen hierbij denken aan een dobbelsteen  
als dynamisch systeem. Voor bijna elke begin-  
toestand (positie en snelheid op het moment van  
loslaten) komt de dobbelsteen tot rust in een  
toestand waarbij hij plat op één van zijn zijden  
ligt. Deze toestanden kan men de attractoren van  
het systeem noemen. We kunnen dus de niet-  
uitzonderlijke begintoestanden labelen met de  
getallen 1 tot en met 6, corresponderend met  
de zijde die boven komt te liggen bij die begin-

toestand. De karakteristieke eigenschap van de  
dobbelsteen is nu dat het heel moeilijk is zo te  
gooien dat men zeker is dat bijvoorbeeld de 6 bo-  
ven komt te liggen. Dit komt overeen met het  
feit dat de begintoestanden met de verschillende  
labels op een erg ingewikkelde manier door el-  
kaar heen liggen. Dit doet de vraag rijzen hoe  
de verzameling van uitzonderingstoestanden, die  
op de grens van toestanden liggen die leiden tot  
verschillende uitkomsten, er uitziet. Deze uitzon-  
deringstoestanden, waarbij de dobbelsteen tot rust  
komt in een positie waarbij hij op één ribbe of op  
één hoekpunt staat – iets wat we natuurlijk nooit  
zien – zijn dus van belang om te begrijpen hoe de  
gebieden met de labels 1 tot en met 6 zo ingewik-  
keld door elkaar heen kunnen liggen. Het zijn  
deze verzamelingen van uitzonderingstoestanden  
waar men vaak de bovengenoemde 'hoefjzer-  
dynamica' aantreft.



# Vooruitbeslisbaarheid van oneindige spelen en het keuze-axioma

Werkgemeenschap	:	Logica en Grondslagen van de Wiskunde
Project	:	Het vooruitbeslissingsaxioma en andere nieuwe axioma's voor de verzamelingsleer
Projectleider(s)	:	dr. W.H.M. Veldman, prof. dr. H.P. Barendregt, prof. dr. A.C.M. van Rooij
Projectmedewerker(s)	:	drs. A.J.C. Hurkens
Instelling	:	Katholieke Universiteit Nijmegen

## Het thema van het onderzoek

In 1975 bewees D.A. Martin dat in elke spelboom elke Borel-verzameling vooruitbeslist is. In 1985 gaf hij een tweede bewijs van dit belangrijke resultaat. In zijn bewijzen gebruikte hij het keuze-axioma. Dat is niet zo vanzelfsprekend want het keuze-axioma en het vooruitbeslissingsaxioma zijn met elkaar in strijd. Nu wist Martin dat een deel van zijn resultaat zonder het keuze-axioma verkregen kan worden, maar zijn argument daarvoor is nogal indirect. Het onderzoek heeft laten zien dat Martins stelling op verschillende manieren verfijnd en verscherpt kan worden als men van het begin af aan het keuze-axioma vermijdt en de dan noodzakelijke zorgvuldigheid bij het definiëren van begrippen en het bewijzen van stellingen in acht neemt.

## Het ontstaan van de verzamelingsleer

De verzamelingsleer is een schepping van de Duitse wiskundige Georg Cantor (1845-1918). Zijn beroemde diagonaalargument laat zien dat er meer reële getallen zijn dan natuurlijke getallen: bij elke oneindige rij  $x_0, x_1, x_2, \dots$  van reële getallen kun je een reëel getal  $x$  construeren dat niet in die rij voorkomt. Deze ontdekking bracht hem ertoe het begrip 'gelijkmachtig' te introduceren en te bestuderen: de verzameling  $V$  is *gelijkmachtig* met de verzameling  $W$  als het mogelijk is een afbeelding te construeren van  $V$  naar  $W$  die zowel eeneenduidig (injectief) als 'op' (surjectief) is: elk element van  $V$  wordt door zo'n afbeelding gekoppeld aan precies één element van  $W$ , en ook wordt elk element van  $W$  gekoppeld aan precies één element van  $V$ . Bij deze studie stuitte Cantor op enkele moeilijke vragen, zoals:

- (1) Bestaat er een oneindige verzameling van reële getallen die niet gelijkmachtig is met de verzameling  $\mathbb{N}$  van de natuurlijke getallen en ook niet met de verzameling  $\mathbb{R}$  van de reële getallen? Cantor's *continuum-hypothese* stelt dat zo'n verzameling niet bestaat. Deze hypothese staat bovenaan op de door Hilbert in 1900 gepresenteerde lijst van wiskundige problemen voor de twintigste eeuw en is een richtinggevende vraag gebleven.
- (2) Gegeven verzamelingen  $V$  en  $W$ , is dan altijd een van de twee de grootste? We noemen  $W$  de grootste van de twee als  $V$  gelijkmachtig is met een deelverzameling van  $W$ ; we zeggen dan wel dat  $V$  kan worden ingebed in  $W$ . We noemen  $V$  de grootste van de twee als  $W$  kan worden ingebed in  $V$ . Het is mogelijk dat  $V$  en  $W$  beide de grootste zijn, je kunt bewijzen dat  $V$  dan gelijkmachtig is met  $W$ .

## De geboorte van het keuze-axioma

In 1904 formuleerde E. Zermelo het zogenaamde *keuze-axioma* (zie ook Tabel 1). Hij liet zien hoe dit axioma verschillende van de vragen waar Cantor mee worstelde beantwoordt. Zo kun je met behulp van het keuze-axioma, gegeven twee verzamelingen, inderdaad bewijzen dat een van de twee de grootste is. Zermelo's axioma werd niet voetstoots door iedereen aanvaard: je kunt er nogal vreemde kunsten mee uithalen.

## De axiomatisering van het verzamelingstheoretisch universum

Om de rol van het keuze-axioma beter te begrijpen begon Zermelo een lijst te maken van de an-

dere tot dan toe min of meer stilzwijgend aangenomen veronderstellingen in de verzamelingsleer.

Dit leidde uiteindelijk tot een abstract begrip 'verzamelings theoretisch universum'. Zo'n universum is een structuur  $\langle A, R \rangle$ :  $A$  is een niet-lege collectie (de elementen van  $A$  zijn 'zogenaamde-verzamelingen') en  $R$  is een (tweestemmige) relatie op  $A$  (dus:  $R$  is een deelverza-

meling van  $A \times A$  en ' $\langle a, b \rangle$  behoort tot  $R$ ' wil zoveel zeggen als: 'de zogenaamde-verzameling  $a$  is zogenaamd-element van de zogenaamde-verzameling  $b$ ').

De axioma's van de verzamelingsleer zijn de eisen waaraan een structuur  $\langle A, R \rangle$  moet voldoen wil hij met recht 'universum' genoemd worden.

HET KEUZE-AXIOMA (1904)

'Zij  $V$  een collectie niet-lege verzamelingen. Dan bestaat er voor  $V$  een keuze-functie (afbeelding, voorschrift)  $f$  die aan elke verzameling  $W$  uit de collectie  $V$  een element  $f(W)$  van de verzameling  $W$  toevoegt.

Een functie  $g$  van de verzameling  $A$  naar de verzameling  $B$  is een verzameling geordende paren  $\langle a, b \rangle$ , met  $a$  in  $A$ ,  $b$  in  $B$ , zodat elk element van de verzameling  $A$  het eerste lid is van precies één paar uit  $g$ .

Tabel 1

**Het keuze-axioma is betrekkelijk onschuldig**

In 1938 liet K. Gödel zien:

Als  $\langle A, R \rangle$  een universum is, dan kunnen we een deelcollectie  $B$  van  $A$  definiëren zodat ook  $\langle B, R \rangle$  een universum is, en zó dat in dit vermoedelijk 'kleinere' universum het keuze-axioma en de continuümhypothese waar zijn.

Deze stelling houdt in dat het keuze-axioma *betrekkelijk* ongevaarlijk is: als de andere axioma's niet-strijdig zijn, zullen ze ook met het keuze-axioma erbij niet tot tegenspraak leiden. Men kan dus het keuze-axioma met een gerust hart gebruiken,... of toch niet? Moeten we meer eisen dan niet-strijdigheid, als we een uitspraak de status van axioma willen verlenen?

**Eindige en oneindige spelen**

Zermelo, de man van het keuze-axioma, was ook de eerste die opmerkte dat een spel als het schaakspel van abstract-wiskundig standpunt gezien een *flauw*, we zullen zeggen: een *vooruitbeslist* spel is: er is een winnende strategie voor Wit, óf er is een winnende strategie voor Zwart, óf zowel Wit als Zwart hebben een minstens-remise-strategie. Je kunt dit inzien door een boom te tekenen van alle mogelijke schaakpartijen: een schaakpartij is een wandeling van de voet van de boom naar een eindpunt boven, waar-

bij de spelers Wit en Zwart om de beurt mogen zeggen hoe het verder gaat; aan het eind vinden ze óf een witte vlag óf een zwarte vlag óf een remise-vlag. Reken nu voor elke positie in de boom uit of hij 'gewonnen-voor-wit' of 'gewonnen-voor-zwart' of 'remise' is, en werk daarbij van boven naar beneden. Als je de uitkomst voor de beginpositie weet ben je klaar.

In de jaren twintig begonnen de Poolse wiskundigen Banach, Mazur en Ulam te denken over *oneindige* spelen. Bij elke verzameling  $A$  van reële getallen kunnen Wit en Zwart *het spel om A* spelen, dat als volgt gaat:

Wit kiest de linker- of de rechterhelft van het segment  $[0, 1]$ .

Zwart kiest de linker- of de rechterhelft van het door wit gekozen segment.

Wit kiest de linker- of de rechterhelft van het door zwart gekozen segment.

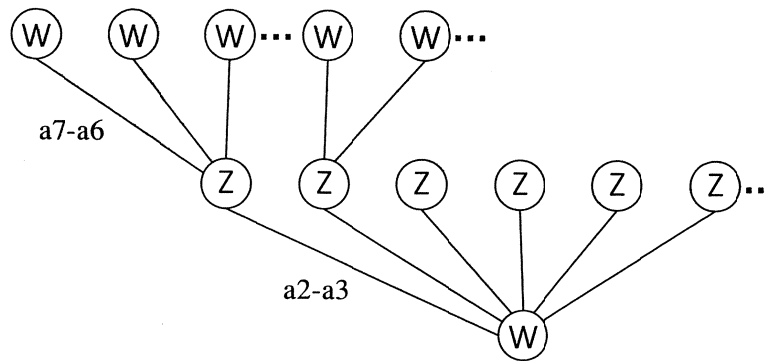
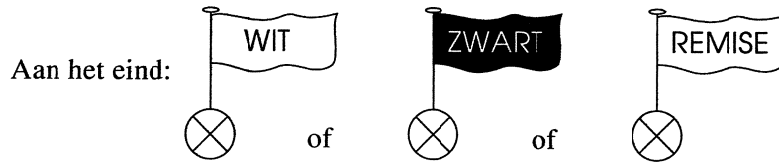
⋮  
enzovoort.

Zo bepalen Wit en Zwart samen in oneindig veel zetten een reëel getal, namelijk het getal dat in alle gekozen segmenten ligt.

Wit wint de partij als dit getal tot de van te voren gegeven verzameling  $A$  behoort; zo niet, dan wint Zwart.

Zijn ook zulke oneindige spelen vooruitbeslist?

De boom van alle schaakpartijen.



Dat bleek een moeilijke vraag te zijn, waarop het antwoord stap voor stap tot stand kwam. De Amerikaanse wiskundige D.A. Martin speelde in deze geschiedenis een hoofdrol. In 1975 bewees hij dat elke Borel-verzameling, dat is, elke deelverzameling van  $[0, 1]$  die met behulp van de operaties 'aftelbare doorsnede' en 'aftelbare vereniging' uit open en gesloten delen van de verzameling  $[0, 1]$  kan worden opgebouwd, vooruitbeslist is.

In 1985 gaf hij van deze stelling een tweede bewijs.

### Het vooruitbeslissingsaxioma

In 1962 stelde de Poolse wiskundige Jan Mycielski voor het vooruitbeslissingsaxioma (zie Tabel 2) aan de axioma's van de verzamelingsleer toe te voegen. Dat was een stoutmoedig voorstel want Mycielski wist dat je met behulp van

het keuze-axioma een deelverzameling van  $[0, 1]$  kunt maken waarvoor noch Wit noch Zwart een winnende strategie heeft, en op het moment dat hij zijn voorstel deed was nog net niet de beroemde stelling van P.J. Cohen bekend, die zegt dat ook de ontkenning van het keuze-axioma niet met de overige axioma's samen tot een tegenspraak leidt, als die overige axioma's dat niet zelf al doen. Mycielski was van mening dat het vooruitbeslissingsaxioma de aandacht verdiende vanwege zijn mooie gevolgen: de continuüm-hypothese bijvoorbeeld, en ook de uitspraak dat elke verzameling reële getallen Lebesgue-meetbaar is.

### Grote kardinaalgetallen

Oneindige spelen zijn een belangrijk onderwerp in de moderne *beschrijvende verzamelingsleer*.

In dit vak dat dank zij de bemoeienis van de

HET VOORUITBESLISSINGSAXIOMA (1962)

‘Voor elke deelverzameling  $A$  van  $[0, 1]$ :

- OF Wit heeft een winnende strategie in het spel om  $A$ , dat wil zeggen hij kan er voor zorgen, wat Zwart ook doet, dat het door Wit en Zwart samen geproduceerde getal tot de verzameling  $A$  behoort.
- OF Zwart heeft een winnende strategie in het spel om  $A$ , dat wil zeggen hij kan er voor zorgen, wat Wit ook doet, het door Wit en Zwart samen geproduceerde getal *niet* tot de verzameling  $A$  behoort.’

Het keuze-axioma en het vooruitbeslissingsaxioma zijn met elkaar in strijd.

**Tabel 2**

recursietheorie en de axiomatische verzamelingsleer een tweede jeugd beleeft, bestudeert men eigenschappen van die deelverzamelingen van de verzameling  $\mathbb{R}$  van de reële getallen die door een eindig aantal toepassingen van de operaties ‘complement’ en ‘projectie’ ontstaan uit een gesloten deelverzameling van  $\mathcal{N}^n \times \mathbb{R}$ . (Hier is  $\mathcal{N}$  de ruimte van Baire, dit is de verzameling van alle oneindige rijen natuurlijke getallen met de gebruikelijke topologie.) Men noemt zulke verzamelingen *projectieve* deelverzamelingen van  $\mathbb{R}$ . Door een gesloten deelverzameling van  $\mathcal{N} \times \mathbb{R}$  ‘langs  $\mathcal{N}$ ’ op  $\mathbb{R}$  te projecteren verkrijgt men een *analytische* deelverzameling van  $\mathbb{R}$ . Analytische verzamelingen zijn dus projectieve verzamelingen ‘van de eerste soort’. In 1970 heeft Martin laten zien dat elke analytische verzameling vooruitbeslist is. Nu is elke Borelverzameling analytisch, dus deze uitspraak lijkt sterker dan zijn latere stelling uit 1975. Maar in 1970 gebruikte Martin een extra axioma, namelijk de uitspraak dat er een *meetbaar kardinaalgetal* bestaat, en dat deed hij in 1975 en 1985 niet.

Meetbare kardinaalgetallen waren in de jaren dertig uitgevonden en bestudeerd door Ulam en Tarski. Ze moeten erg, erg groot zijn. Waarom zouden we aannemen dat zulke dingen bestaan? Gödel heeft gezegd: we moeten zoeken naar nieuwe axioma’s, nu blijkt dat de axioma’s die we hebben niet in staat zijn sommige eenvoudige vragen te beantwoorden. Deze nieuwe axioma’s zouden moeten berusten op nieuw verworven inzichten in de structuur van het verzamelingstheoretisch universum. Gödel dacht in het bijzonder aan axioma’s die uitspreken dat zekere grote kar-

dinaalgetallen bestaan.

Eén van de grote doorbraken van de laatste jaren is dat het vooruitbeslissingsaxioma en ook de zwakkere uitspraak dat elke projectieve deelverzameling van  $[0, 1]$  vooruitbeslist is kunnen worden opgevat als uitspraken die zeggen dat bepaalde fantastisch grote kardinaalgetallen bestaan.

Op grond hiervan durft men te hopen dat het vooruitbeslissingsaxioma en zeker het zwakkere projectieve-vooruitbeslissingsaxioma niet in strijd zijn met de overige axioma’s.

**Vooruitbeslisbaarheid zonder keuze-axioma**

In het bewijs van de stelling van Martin treden spelen op waarin voor elke zet veel, heel veel alternatieven worden geboden. (In het voorbeeld dat wij gaven en in het vooruitbeslissingsaxioma zelf kan men zich beperken tot spelen waarin elke zet een keuze uit twee mogelijkheden is.) Voor zulke grote spelen zijn er verschillende manieren om uit te drukken ‘Wit kan winnen’ die - als we het keuze-axioma niet gebruiken - onderling niet equivalent zijn.

Martins stelling zegt dat in willekeurig grote ‘spelbomen’ elk spel om een Borel-verzameling vooruitbeslist is. Deze uitspraak heeft het keuze-axioma tot gevolg, en kan dus niet zonder het keuze-axioma worden bewezen.

Het belangrijkste resultaat van het onderzoek van A.J.C. Hurkens is dat men bijna zonder keuze-axioma (dat wil zeggen met behulp van alleen het speciale geval van het keuze-axioma dat bekend staat als het aftelbare-keuze-axioma)

### STRATEGIEËN, PSEUDOSTRATEGIEËN, TAKTIEKEN

Een *strategie-voor-Wit* is een voorschrift dat Wit, telkens als hij aan de beurt is, precies zegt wat hij doen moet.

Een *pseudo-strategie-voor-Wit* is een regel die de mogelijke zetten van Wit verdeelt in *verboden* en *toegelaten* zetten. Wit zelf moet telkens nog een keuze maken uit de *toegelaten* zetten. Als hij dat doet kan hij, telkens als hij aan de beurt is, op minstens één manier verder.

Een *taktiek-voor-Wit* stelt Wit in staat extra zetten te doen – denk maar: hij schrijft iets in zijn notitieboekje. De extra zetten kunnen Wit in staat stellen in te zien dat hij ‘op de goede weg’ is. Een *taktiek-voor-Wit* wordt gedefinieerd als een *pseudo-strategie-voor-Wit* in een met extra zetten voor Wit uitgebreid spel.

#### Tabel 3

kan aantonen dat, in willekeurig grote ‘spelbomen’, elk spel om een Borel-verzameling *pseudo-vooruitbeslist* is, dat wil zeggen of Wit of Zwart heeft een winnende pseudo-strategie.

Hij heeft laten zien dat deze stelling op een aantal uiteenlopende manieren kan worden bewezen. Nu kan men zeggen: is die belangstelling voor *grote* spelbomen niet wat gezocht?

Dat is echter geenszins het geval. In het bewijs van Martin wordt de vooruitbeslisbaarheid van een gegeven spel om een Borel-verzameling namelijk teruggebracht tot de vooruitbeslisbaarheid van een spel om een *eenvoudiger* Borel-verzameling dat zich echter afspeelt in een *grotere* boom, en iteratie van deze stap leidt tot *grotere* en *grotere* bomen.



# Karakterisering en dynamica van coherente structuren

Samenwerkingsverband	: FOM/SMC Mathematische Fysica
Project	: Karakterisering en dynamica van coherente structuren
Projectleider(s)	: prof. dr. ir. E.W.C. van Groesen, dr. ir. T.P. Valkering
Projectmedewerker(s)	: ir. G. Derks
Instelling	: Universiteit Twente

## Inleiding

In de natuur komen vaak structuren voor met een duidelijk herkenbaar karakter, bijvoorbeeld: een staande golf in een snaar, wervels in een vloeistof, lichtpulsen zoals solitonen in kabels, of domeinwanden in een ferro-magnetisch materiaal. Een voorbeeld met een golf-achtige structuur, dat nog vaker terug zal komen, is een soliton (éénling-golf) in een vloeistof. Dit is een golf bestaande uit één golfberg, die zich met constante snelheid voortplant en onvervormd blijft na een interactie met een ander soliton. Al dit soort verschijnselen worden coherente structuren genoemd.

In werkelijkheid zijn er vaak nog extra invloeden op het systeem aanwezig waardoor de coherente structuren langzaam veranderen. Zo verliezen solitonen langzaam hun hoogte ten gevolge van demping terwijl hun typische ruimtelijke structuur behouden blijft. Een beroemd voorbeeld is de eerste overgeleverde waarneming van een soliton in de natuur door Lord Scott Russell in 1834. Deze Schotse onderzoeker en ingenieur reed op zijn paard langs een kanaal en zag in het water een éénling-golf zich voortbewegen over het water. Het viel hem op dat de golf zich schijnbaar onverstoort voortplantte. Lord Russell ging de golf volgen op zijn paard en kon dit enkele mijlen blijven doen. Gedurende deze periode bleef de golf zijn karakteristieke vorm behouden, terwijl de amplitude langzaam inzakte.

Het onderhavige FOM/SMC-project betreft onderzoek naar de dynamica van bepaalde (coherente) structuren, zogenaamde relatieve evenwichten, in verstoorde Hamilton-systemen. Een belangrijke vraag hierbij is, hoe goed de evolutie van deze relatieve evenwichten de evolutie van de oplossingen in het verstoorde systeem benadert.

## Achtergrond

Het bestuderen van evolutievergelijkingen voor dynamische systemen is een belangrijk onderdeel van de mathematische fysica. Als een dynamisch systeem nog extra eigenschappen heeft, zoals een bepaalde symmetrie, dan zijn deze vaak nuttig om speciale oplossingen te vinden die corresponderen met een coherente structuur. Een voorbeeld van een dynamisch systeem met zo'n extra eigenschap is een Hamilton-systeem. In dit geval is er een bewegingsconstante, de Hamiltoniaan (meestal is dit de energie van het systeem), maar vaak is er nog een extra bewegingsconstante, corresponderend met een symmetrie in het systeem. De Hamiltoniaan is invariant onder de actie van de bijbehorende symmetriegroep.

Voor elke waarde van de grootte corresponderend met de extra constante kunnen nu speciale oplossingen worden gevonden, relatieve evenwichten genaamd, welke samenhangen met bepaalde 'kritieke punten' van de Hamiltoniaan. Voor dynamische systemen beschreven door partiële differentiaalvergelijkingen komen deze oplossingen overeen met ruimtelijk coherente structuren. De relatieve evenwichten bewegen met constante snelheid onder de actie van de symmetriegroep. Uit de invariantie van de Hamiltoniaan onder deze actie volgt dat, als er een relatief evenwicht is gevonden, deze behoort tot een één-dimensionale familie van relatieve evenwichten. Het variëren van de waarde van de grootte corresponderend met de extra bewegingsconstante levert een tweede parameter in de familie van relatieve evenwichten, afgekort met MRE (Manifold of Relative Equilibria).

Dergelijke Hamilton-systemen komen voor met zowel een eindig als een oneindig aantal vrijheidsgraden. Een voorbeeld met een eindig aantal

tal (vier) vrijheidsgraden is de bolslinger. Hier is een relatief evenwicht een beweging waarbij de slinger op een vaste hoogte ronddraait met een constante hoeksnelheid. De slinger is rotatiesymmetrisch en de extra bewegingsconstante is de hoekimpuls.

Een voorbeeld met oneindig veel vrijheidsgraden is de Korteweg-de Vries vergelijking:

$$u_t + u_{xxx} + 2u u_x = 0,$$

waarbij  $u$  een  $2\pi$ -periodieke functie in de  $x$ -variabele is. Deze vergelijking beschrijft bij benadering lange oppervlakte-golven met een kleine amplitude ten opzichte van de diepte van het water. De extra bewegingsconstante voor deze vergelijking is de impuls  $\int u^2 dx$ , omdat de Hamiltoniaan invariant is onder translaties in de  $x$ -variabele. De relatieve evenwichten zijn de zogenaamde cnöïdale golven. Dit zijn periodieke golven, die zich met een constante snelheid voortplanten en die zich gedragen als de eerder beschreven solitonen.

Uit de gegeven variationele beschrijving van de relatieve evenwichten in de vorm van kritieke punten volgt dat een bepaalde lineaire combinatie van de Hamiltoniaan en de extra bewegingsconstante, als deze een semi-norm geeft en aan bepaalde convexiteitsvoorwaarden voldoet, gebruikt kan worden om de stabiliteit van de relatieve evenwichten vast te stellen. In de literatuur is dit idee door verschillende onderzoekers uitgewerkt. De in 1985 gepresenteerde 'Energie-Casimir methode', in 1991 uitgewerkt tot de 'Energie-Impuls methode', hebben in het bijzonder betrekking op eindig-dimensionale systemen. Een goed voorbeeld van de toepassing van bovenstaand idee op oneindig dimensionale systemen is het (oudere) bewijs van de stabiliteit van de solitaire golfoplossingen in de Korteweg-de Vries vergelijking op een oneindig interval door T.B. Benjamin (1974).

Zoals al gezegd in de inleiding zijn er meestal extra invloeden aanwezig die de Hamiltonse structuur en de coherente structuren of relatieve evenwichten verstoren. Er is veel onderzoek gedaan naar het gedrag van een Hamilton-systeem als de verstoring ook Hamiltons is. Dit heeft geleid tot de KAM-theorie (genoemd naar A.N. Kolmogorov, V.I. Arnold en J.K. Moser). Voor niet-Hamiltonse verstoringen is er niet zo'n mooie globale theorie aanwezig. Wel zijn er diverse hulptechnieken ontwikkeld, zoals de middelingsmethode, die vooral nut heeft als het on-

gestoorde Hamilton-systeem volledig integreerbaar is.

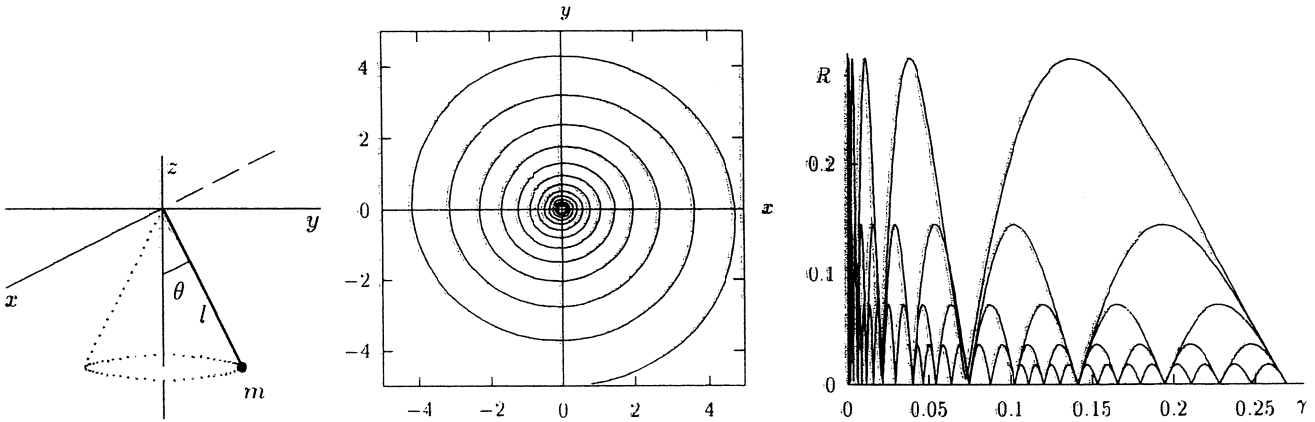
### Projectbeschrijving

In het FOM/SMC-project wordt het belang van de relatieve evenwichten voor verstoorte Hamilton-systemen onderzocht. Door de verstoring zijn de relatieve evenwichten in het algemeen geen oplossingen meer. Ze kunnen echter wel relevant zijn voor het verkrijgen van inzicht in het verstoorte systeem. De invloed van twee soorten verstoringen op Hamilton-systemen wordt nader bekeken: zuivere dissipatie, en een combinatie van dissipatie en zelf-excitatie (inverse dissipatie).

In het geval van zuivere dissipatie wordt aangenomen dat alle oplossingen van het dissipatieve Hamilton-systeem convergeren naar een eindtoestand op het MRE. Voor de onderzochte voorbeelden is dit de nultoestand. Het onderzoek richt zich op de beschrijving van oplossingen, die dichtbij het MRE starten. Hiervoor wordt een benaderende beschrijving gedefinieerd als een projectie van de oplossing van het verstoorte systeem op het MRE, waarbij met name gebruik wordt gemaakt van de grootheid corresponderend met de extra bewegingsconstante van het ongestoorde systeem. Deze grootheid gedraagt zich als een adiabatische invariant en de projectie op het MRE is een baan die langzaam naar nul convergeert. In deze gevallen is de projectie op het MRE geen beweging in een kleine omgeving van de begintoestand, maar beschrijft een grote, geleidelijke afwijking.

Onder bepaalde voorwaarden voor de dissipatie blijkt deze projectie een goede benadering te zijn voor de oplossingen van het dissipatieve systeem, mits de oplossingen in de buurt van het MRE starten en de dissipatie klein is. Voor de rechtvaardiging van de benadering is een goede opsplitsing van de verstoring van essentieel belang. Gebruikt is een splitsing in een stuk dat dissipatief is in een quasi-statische benadering, in een stuk dat werkt als een (uitdempende) aandrijving en in een restterm.

De methode is eerst uitgewerkt voor het eindig-dimensionale voorbeeld van de bolslinger met wrijving (zie de Figuur). De naar binnen spiralende projectie op het MRE blijkt een goede benadering voor een uitdempende beweging van de slinger, die start in de buurt van een relatief evenwicht. Met een goede benadering bedoelen we dat de afstand van een oplossing tot de pro-



De bolslinger met wrijving is een voorbeeld van een verstoord Hamilton-systeem. Het gedrag van zo'n slinger is onderzocht als deze start in een relatief evenwicht. De slinger draait dan bij de start rond met een constante hoeksnelheid op een vaste hoogte (in ons geval met  $\theta = 30^\circ$ ). Eerst is een projectie van de baan in het  $x$ - $y$ -vlak gemaakt. Dit is een naar de oorsprong convergerende spiraal. Vervolgens is voor verschillende groottes van de wrijvingscoëfficiënt het verloop van de relatieve afstand  $R$  tussen de baan en het MRE onderzocht. De relatieve afstand is de afstand van de

oplossing tot de projectie op het MRE, gedeeld door de waarde van de oplossing. De grootte van de wrijvingscoëfficiënt is steeds gehalveerd. Rechts is de relatieve afstand  $R$  uitgezet tegen een maat voor de hoogte van de slinger, aangeduid met  $\gamma$ . We zien dat met de wrijvingscoëfficiënt ook de maximale waarde van de relatieve afstand wordt gehalveerd. Dit illustreert de aangetoonde lineaire afschatting voor de relatieve afstand met de grootte van de wrijvingscoëfficiënt.

jectie op het MRE, gedeeld door waarde van de (naar nul gaande) oplossing (de zogenaamde relatieve afstand), klein blijft.

Vervolgens is de methode uitgebreid naar oneindig-dimensionale systemen. Het geval van de uniform gedempte periodieke Korteweg-de Vries vergelijking is in detail uitgewerkt. Een projectie op de familie van cnoïdale golven is een goede benadering (in dezelfde zin als hierboven) voor de oplossingen van deze gedempte vergelijking, mits deze oplossingen starten in de buurt van een cnoïdale golf. Dit resultaat is het bewijs van een periodieke equivalent van de waarneming van Lord Russell.

De tweede onderzochte verstoring is de combinatie van dissipatie en zelf-excitatie, toegevoegd aan een één-dimensionale Hamiltonse golfvergelijking. Met name is gekeken naar de periodieke Korteweg-de Vries vergelijking met zo'n verstoring. Expliciet:

$$u_t + u_{xxx} + 2u_x u - \varepsilon [u_{xx} + \mu^2 u] = 0.$$

Hierin is  $\varepsilon$  een parameter die de sterkte van de verstoring meet en  $\mu$  is een maat voor de verhouding van de dissipatieve term  $u_{xx}$  en de aandrijvende term  $u$ .

De relatieve evenwichten in de Korteweg-de Vries vergelijking zijn de cnoïdale golven. Dat lopende golf-oplossingen ook in het verstoerde systeem bestaan, is analytisch aangetoond voor  $\mu > 1$  en  $\varepsilon$  klein. Deze lopende golven ontspringen (bifurcieren) uit de cnoïdale golf-oplossingen van de Korteweg-de Vries vergelijking. De stabiliteit van deze golven is tot nu toe alleen numeriek onderzocht. Dit onderzoek vond vooral plaats in 1992. De numerieke experimenten geven aan dat de lopende golven stabiel zijn voor  $1 < \mu < \mu_0(\varepsilon)$ , waarin  $\mu_0(\varepsilon) \approx 1.83$  voor  $\varepsilon$  klein. Voor  $\mu > \mu_0(\varepsilon)$  zijn de lopende golven instabiel en ontstaan stabiele gemoduleerde lopende golven. Het ontstaan van deze gemoduleerde golven gebeurt waarschijnlijk via een Hopf-bifurcatie.

# Geometrische optica in de 19de eeuw

Landelijk Werkcontact	:	Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde
Project	:	Geschiedenis van de meetkunde in de 19de eeuw
Projectleider(s)	:	prof. dr. H.J.M. Bos
Projectmedewerker(s)	:	drs. E. Atzema
Instelling	:	Rijksuniversiteit Utrecht

## Inleiding

Wanneer over optica in de 19de eeuw wordt gesproken, dan wordt meestal de *fysische optica* bedoeld. Dit is de kwantitatieve theorie over de natuur van het licht. Aan het begin van de 19de eeuw ontwikkelde deze fysische optica zich uit het geheel van vooral kwalitatieve natuurfilosofische beschouwingen over de aard van het licht die kenmerkend waren voor de 18de eeuw. In de loop van de 19de eeuw evolueerde de fysische optica tot een theorie waarmee zeer nauwkeurige voorspellingen over het gedrag van licht konden worden gedaan. In zekere zin vormde de reductie van de gehele theorie tot drie basisformules door James Maxwell de vervolmaking van de 19de-eeuwse fysische optica. Pas aan het begin van de 20ste eeuw zou de theorie substantieel geherformuleerd worden.

Naast de *fysische* optica bestond er echter in de 19de eeuw ook een ander soort optica: de *geometrische* optica. Anders dan in de fysische optica, was het bij deze theorie niet om de aard van het licht begonnen. De basis-aanname van deze theorie was dat licht zich manifesteert in de vorm van lichtstralen die worden gebroken en weerkaatst volgens vastliggende wetten. De taak van de geometrische optica was te onderzoeken wat op basis van deze hypothese over de verschijningsvormen van licht gezegd kon worden. In de praktijk werd aangenomen dat lichtstralen rechte lijnen waren. Het hier te bespreken project omvatte een eerste inventariserende studie van deze 19de-eeuwse optische theorie.

## Geometrische optica en de studie van de toepassing van de wiskunde in de 19de eeuw

De geschiedenis van de geometrische optica is op zichzelf beschouwd een weinig bestudeerd gedeelte van de geschiedenis van de wiskunde. Zij kan echter ook worden gezien als een voorbeeld

van de ontwikkeling van wiskunde en wiskundige methoden buiten het kader van het vakgebied 'wiskunde'. Vanuit dit standpunt gezien laat het onderzoek naar de geschiedenis van de geometrische optica zich gemakkelijk inpassen in het veel bredere kader van de geschiedenis van de toepassing van de wiskunde in de 19de eeuw. In de laatste decennia is wel veel onderzoek verricht met betrekking tot dit deelgebied van de geschiedenis van de wiskunde.

In het kader van het hier te bespreken project is de geschiedenis van de 19de-eeuwse geometrische optica bestudeerd vanuit het gezichtspunt van de toepassing van de wiskunde. Ook werden enige algemene ideeën over de toepassing van de wiskunde in de 19de eeuw aan de ontwikkeling van de geometrische optica getoetst.

## Het project

Reeds in de 17de en 18de eeuw bestond er een belangrijke wiskundige theorie van het licht waarvan de vraagstelling vergelijkbaar was met de 19de-eeuwse geometrische optica. Deze was echter vòòr alles een theorie over de werking van optische instrumenten. In de praktijk betekende dit dat alleen onderzoek werd gedaan naar de breking van zeer dunne lichtbundels om de as van een rotatie-symmetrisch systeem van lenzen.

In de vroege 19de eeuw veranderde deze situatie en uit de 18de-eeuwse wiskundige traditie in de optica ontwikkelde zich de veel bredere 19de-eeuwse geometrische optica. Een belangrijke rol in deze ontwikkeling speelden de Fransman Etienne Malus (1775-1812) en diens 'Traité d'Optique' uit 1808 (zie ook Figuur 1). In deze uitgebreide studie onderzoekt Malus de 'structuur' van twee-dimensionale systemen van rechte lichtstralen na breking of weerkaatsing in willekeurige oppervlakken. Zoals Malus het formuleerde, moest het mogelijk zijn uit de 'disposition mutuelle' van de stralen van derge-

indépendamment des valeurs de  $x'y'z'$ . Dans ce cas particulier, on a  $\cos. \tau = 0$ , et les surfaces développables ( $\mathcal{S}$ ) ( $\mathcal{S}'$ ) se coupent toutes à angle droit. En substituant dans cette équation pour  $MNO$   $M'N'O'$  leurs valeurs, elle devient

Figuur 1

$$\left. \begin{aligned} & \left[ o \left( \frac{dn}{dx'} \right) - n \left( \frac{do}{dx'} \right) \right] [m^2(q^2 + r^2) + (nq + or^2)] - \left[ m \left( \frac{do}{dx'} \right) - o \left( \frac{dm}{dx'} \right) + o \left( \frac{dn}{dy'} \right) - n \left( \frac{do}{dy'} \right) \right] \\ & \quad [(m^2 + n^2)pq + or(mq + np) - mn r^2] \\ & \left[ m \left( \frac{do}{dy'} \right) - o \left( \frac{dm}{dy'} \right) \right] [n^2(p^2 + r^2) + (mp + or)] - \left[ n \left( \frac{dm}{dx'} \right) - m \left( \frac{dn}{dx'} \right) + o \left( \frac{dn}{dz'} \right) - n \left( \frac{do}{dz'} \right) \right] \\ & \quad [(m^2 + o^2)pr + nq(mr + op) - moq^2] \\ & \left[ n \left( \frac{dm}{dz'} \right) - m \left( \frac{dn}{dz'} \right) \right] [o^2(p^2 + q^2) + (mp + nq)] - \left[ n \left( \frac{dm}{dy'} \right) - m \left( \frac{dn}{dy'} \right) + m \left( \frac{do}{dz'} \right) - o \left( \frac{dm}{dz'} \right) \right] \\ & \quad [(n^2 + o^2)qr + mp(nr + oq) - no p^2] \end{aligned} \right\} = \dots (H),$$

en sorte que toutes les fois que les fonctions  $m, n, o$  satisfont à cette équation

De 'Condition (H)' van Malus (uit: Etienne Malus, 'Traité d'Optique,' *Journal de l'Ecole polytechnique*, Cah. 14 (1808), p. 7). Als voor een systeem van lijnen aan deze voorwaarde voldaan is, dan bestond volgens Malus het systeem uit de normalen aan een oppervlak. Met behulp van de 'Condition (H)' probeerde hij te bewijzen dat een systeem van uit één punt vertrekkende lichtstralen door breking of weer-

kaatsing tot een systeem van normalen aan een oppervlak wordt omgevormd. Afgezien van de zetfouten, was Malus' omslachtige formule correct. Zijn afleiding evenwel was dat zeker niet. Daarnaast kan de voorwaarde aanzienlijk worden vereenvoudigd. In de loop van de eerste helft van de 19de eeuw zouden deze oneffenheden alle worden gladgestreken.

lijke weerkaatste of gebroken systemen 'tous les phénomènes d'optique' te herleiden. Deze zienswijze luidde een aanzienlijke uitbreiding van de 18de-eeuwse wiskundige traditie in de optica in. In plaats van de zeer specifieke lichtbundels die in de 18de eeuw werden bestudeerd stelde Malus voor willekeurige lichtbundels die aan willekeurige oppervlakken gebroken of weerkaatst worden te bestuderen. In directe navolging van Malus, ontwikkelde zich binnen de optica een zeer algemene, zeer 'geometrische' richting waarvan de problematiek nauw aansloot bij die van het onderzoek binnen de zuivere wiskunde. Deze richting zou de 'Malusiaanse traditie' genoemd kunnen worden.

Naast Malus' directe rol bij het ontstaan van een nieuw soort, zeer abstracte optica, leidde zijn werk indirect ook tot een grondige transformatie van de 18de-eeuwse optische theorie. In de eerste helft van de 19de eeuw werd de klassieke

theorie van de vorming van het perfecte beeld in optische instrumenten aanzienlijk vereenvoudigd. Ook begon men in de loop van de 19de eeuw aandacht te besteden aan de afwijking van het perfecte beeld in optische instrumenten. Deze verbreding voerde tevens tot een opbloei van de wiskundige studie naar de gang van lichtstralen binnen het (menselijk) oog. Aan het eind van de 19de eeuw hadden zowel de studie van het oog als die van optische instrumenten in het algemeen zich tot onafhankelijke vakgebieden ontwikkeld. Het laatste gebied stond bekend als *technische optica*. Het eerste werd meestal als de *dioptrica van het oog* of *fysiologische optica* aangeduid. In tegenstelling tot de vraagstellingen binnen de Malusiaanse traditie waren die binnen de technische en de fysiologische optica tamelijk praktijkgericht. Natuurlijk werden ook binnen deze gebieden af en toe zeer theoretische problemen aangepakt, maar doorgaans bleef de technische of

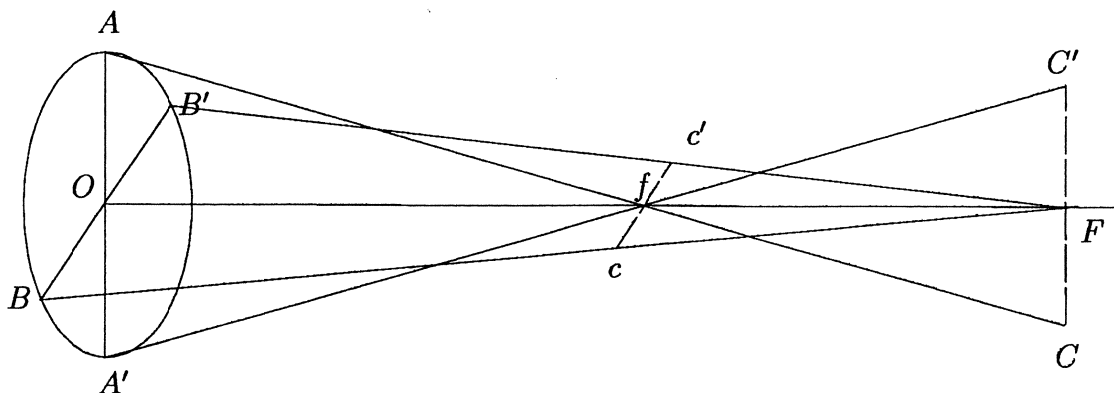
fysiologische context bij de oplossing van deze problemen een zekere rol spelen.

Binnen de 19de-eeuwse geometrische optica waren er dus twee 'soorten' theoretische problemen: die binnen de Malusiaanse traditie, vooral door wiskundige interesses geïnspireerd, en die binnen de technische en fysiologische optica, afkomstig uit de praktijk. In het kader van het onderhavige project is van beide soorten problemen een voorbeeld gekozen voor nader onderzoek. De twee resulterende case-studies geven niet alleen in detail de ontwikkelingen rond de betreffende problemen weer, maar gaan ook in op de vraag welk licht deze voorbeelden werpen op een aantal vragen die op het ogenblik in de belangstelling staan van historici van de wiskunde. Deze vragen betreffen in het bijzonder de wisselwerking tussen 'zuivere' en 'toegepaste' wiskunde, disciplinevorming en institutionalisering, zoals bijvoorbeeld onderzocht in Scholz, *Symmetrie - Gruppe - Dualität* (Birkhäuser, 1989) en Mehrrens, *Moderne - Sprache - Mathematik* (Suhrkamp, 1990). Beide voorbeelden hebben betrekking op de 'structuur' van systemen van lijnen.

Het eerste voorbeeld betreft de zogenaamde Stelling van Malus, een van de meest sprekende voorbeelden van het soort problemen dat binnen de Malusiaanse traditie bestudeerd werd. Deze stelling zegt dat ieder systeem van normalen aan een oppervlak nog steeds een systeem van normalen zal zijn na breking of weerkaatsing aan een willekeurig oppervlak. De stelling werd voor het eerst (in enigszins zwakkere vorm) geformuleerd door Malus in diens 'Traité'. In de loop van de eerste helft van de 19de eeuw werd de stelling scherper geformuleerd en werd het bewijs zeer vereenvoudigd. Belangrijke bijdragen werden geleverd door de Franse wiskundige Joseph-Diez Gergonne (1771-1859) en de Ierse astronoom en wiskundige William Rowan Hamilton (1805-1865).

Als tweede onderwerp wordt de beschrijving van de zogenaamde oneindig dunne stralenbundel behandeld. Zo'n bundel werd, tamelijk intuïtief, gedefinieerd als een deelbundel van een tweedimensionaal systeem bestaande uit één straal samen met alle 'oneindig dicht' in de buurt liggende stralen van het systeem.

**Figuur 2**



De beschrijving van de oneindig dunne stralenbundel van normalen aan een oppervlak door Charles Sturm (uit: Adolf Fick, *Medicinische Optik* (Braunschweig, 1866), p. 290). Deze gaat uit van een vaste lijn waaromheen de lijnen van de bundel gegroepeerd liggen. Loodrecht op deze lijn en loodrecht ten opzichte van

elkaar onderscheidt Sturm twee 'brandlijnen' die ieder de vaste lijn in een 'brandpunt' snijden. De oneindig dunne bundel bestaat nu uit alle lijnen die de twee brandlijnen snijden en oneindig dicht bij de vaste lijn liggen.

Een prangende vraag daarbij was natuurlijk hoe men zich een dergelijke bundel nu precies moest voorstellen. In 1845 stelde de Franse wiskundige Charles Sturm in het kader van zijn studie naar de werking van het oog een zeer eenvoudige beschrijving voor de bundels voor (zie Figuur 2). Deze werd in eerste instantie alom geaccepteerd, ook binnen de wiskunde zelf. In de jaren tachtig van de vorige eeuw rees evenwel twijfel omtrent de getrouwheid van Sturm's model en werd getracht een betere beschrijving te vinden. Deze speurtocht speelde zich voornamelijk af binnen de context van de fysiologische optica. Belangrijke bijdragen werden geleverd door de Rostocker professor in de natuurkunde Ludwig Matthiessen (1830-1906), de Berlijnse

wiskundige Julius Weingarten (1836-1910) en de Zweedse fysioloog Allvar Gullstrand (1862-1930). In 1890 kon de laatste aantonen dat een unieke en adequate beschrijving van de bundels in het algemeen niet gegeven kan worden. Dit betekende het einde van het concept van de oneindig dunne stralenbundel.

In de eerste helft van 1992 is een begin gemaakt met het op schrift stellen van de onderzoeksresultaten. Na afloop van de financiering van het project door de SMC kon door een generus aanbod van de Rijksuniversiteit Utrecht het project aan het eind van het jaar volledig worden afgerond in dienst van de vakgroep Wiskunde van de RU Utrecht. Het resulterende proefschrift zal in april 1993 worden verdedigd.

# Aangedreven oscillaties

Aandachtsgebied	: Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen
Coördinatoren	: prof. dr. F. Takens (RUG), prof. dr. H.W. Broer (RUG), dr. S.A. van Gils (UT)
Periode	: 1992-1997

## Enige historie

Mechanische oscillatoren, zoals de slinger en de veer, zijn van oudsher object van studie geweest. Enerzijds speelt hier bijvoorbeeld de opmars van het slingeruurwerk mede onder invloed van Galileï en Huygens een belangrijke rol. Anderzijds zijn oscillatoren ongeveer de eenvoudigste deterministische systemen die men zich kan denken, en als zodanig vormden ze, en vormen ze nog steeds, een ideale proeftuin voor de ontwikkeling van de theorie.

De vraag van Huygens naar de exacte slinger-tijd als functie van de amplitudo, heeft meegeholpen de elliptische integraal tot centraal onderwerp van wiskundige studie te maken. Zij is dat tot op de dag van vandaag gebleven.



Balthasar  
van der Pol  
(1889-1959)

Bij de opkomst van de quantumtheorie, rond 1900, speelde de oscillator opnieuw een grote rol. Met name gold dit voor de harmonische, of lineaire, oscillator. Een andere ingang vormde de elektronica, waar iemand als Van der Pol allerlei interessante niet-lineaire oscillatoire verschijnselen ontdekte.

Daarnaast ontwikkelde zich een hele theorie van gekoppelde oscillatoren. Het lineaire geval, bekend onder de term 'kleine oscillaties', reduceert vrijwel geheel tot een normaalvorm stelling uit de lineaire algebra: in geschikte positievariabelen ontkoppelen de oscillatoren geheel. In het geval van twee oscillatoren krijgen we de bekende Lissajous-figures. Ook de lineaire theorie van een oscillator met periodieke aandrijving kent geen al te grote geheimen meer.

Als altijd zijn ook hier de niet-lineaire problemen veel ingewikkelder. Eén methode om vat te krijgen op de problematiek is de storingsrekening. Hierbij laat men de afwijkingen van het bekende, bijvoorbeeld het lineaire, klein zijn en poogt vervolgens allerlei dynamische aspecten benaderenderwijs terug te vinden.

Bij wijze van voorbeeld beschouwe men een zogenaamde Van der Pol oscillator met een zwakke periodieke aandrijving. Laat de aandrijving een amplitudo hebben gecontroleerd door een parameter  $\varepsilon$ . De frequentie van aandrijving, zeg  $\omega$ , nemen we ook op als parameter van het systeem.

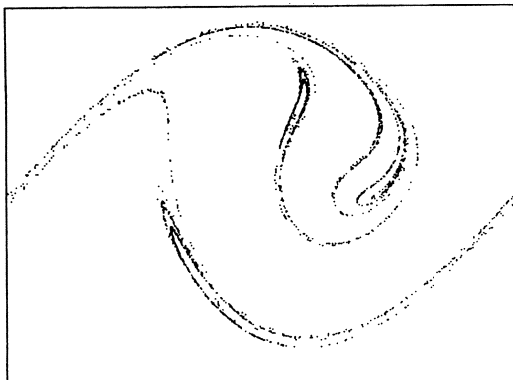
Als de aandrijving geheel verdwijnt, dus voor  $\varepsilon = 0$ , is er een continuüm van zogenaamde conditioneel periodieke oplossingen: periodiek naast 2 quasi-periodiek, zoals de rationale en irrationale getallen elkaar afwisselen. Periodiek of quasi-periodiek wordt bepaald door het al dan niet rationaal zijn van de verhouding tussen  $\omega$  en de 'eigen-frequentie' van de vrije Van der Pol oscillator.

Het irrationale, 2 quasi-periodieke gedrag blijft



grotendeels intact voor kleine  $\varepsilon > 0$ . Men spreekt dan van een quasi-periodieke attractor. Dit is een gevolg van de uiterst belangrijke KAM-stelling, ontwikkeld rond de jaren zestig van deze eeuw door Kolmogorov, Arnold en Moser, zie onder andere Arnold [2].

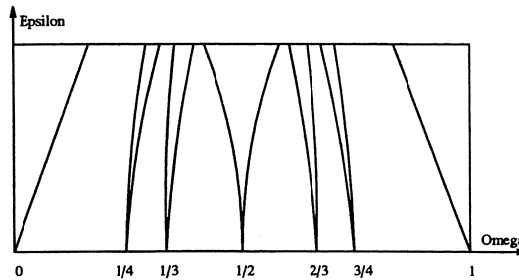
Ook het periodieke gedrag heeft een zekere persistentie, al verandert het enigszins van karakter zodra  $\varepsilon > 0$ . In feite ontstaat er een eindig aantal periodieke attractoren (soms maar één). Men spreekt hier wel van 'phase-lock'. Deze situatie hoort bij parameter-waarden in de 'tongen' van Figuur 1. De periode is daarbij constant over de hele tong.



**Figuur 1**

Iets soortgelijks treedt op bij een stelsel van twee Van der Pol oscillatoren met een zwakke koppeling, alleen is nu de omringende ruimte 4-dimensionaal (zie Hoofdstuk 4 uit Broer, Dumortier, Van Strien en Takens [3]). Koppelt men meer dan twee van zulke oscillatoren, dan worden niet alleen de dimensies van de omringende ruimte en tori groter, maar kan er naast periodieke en quasi-periodieke dynamica, bij zwakke aandrijving, ook chaos optreden (zie Ruelle en Takens [10]). Levi [7] ontdekte dat bij sterkere aandrijving zelfs met één Van der Pol oscillator al chaos optreedt.

Inmiddels is gebleken dat chaos een algemeen verschijnsel is voor zulke systemen van niet-lineaire oscillatoren. Een notoir voorbeeld is de gedempte slinger met periodieke aandrijving, de 'schommel', die een grillige afwisseling kan vertonen tussen over de kop slaan en 'gewoon' oscilleren. Dit mechanisme houdt verband met de zogenaamde Josephson-junction uit de theorie der supergeleiding. In Figuur 2 is een 'strange' attractor weergegeven, zoals die zich manifesteert in de stroboscopische afbeelding van de schommel.



**Figuur 2**  
Strange attractor gerelateerd aan de schommel.

De studie van twee of meer gekoppelde oscillatoren, eventueel bovendien nog periodiek aangedreven, met of zonder wrijvingskrachten, heeft de laatste decennia een grote vlucht genomen. Vooral sinds de ontdekking van chaos in dit soort systemen, een ontwikkeling die nogal gestimuleerd is door de opkomst van de computer in deze vorm van onderzoek. Voor een algemeen overzicht uit de pre-computer tijd, zie onder andere Chirikov [5].

### Parametrische aandrijving

#### Stabiliteit en adiabatische invarianten

Een klassiek probleem is de dynamica van de ongedempte slinger, waarbij de slingerlengte in de tijd langzaam wordt veranderd. Veronderstellen we eerst lineariteit. Het blijkt dat nu de verhouding van energie en frequentie bij de beweging slechts adiabatisch verandert, dat wil zeggen bijna behouden blijft. Een gevolg van deze 'bijna' behoudswet is een vorm van (Lyapunov-) stabiliteit van de evolutie die hoort bij het onderste evenwicht van de slinger. Dit feit heeft een grote rol gespeeld bij de ontwikkeling van de quantummechanica (Arnold [2] en Levi [8]).

Van belang voor de resultaten van Levi is allereerst dat men de gebieden van parametrische resonantie vermijdt. Deze resonantie treedt op bij periodieke aandrijving met een frequentie vrijwel gelijk aan de helft van de eigenfrequentie van de (gelineariseerde) slinger, of aan een veelvoud hiervan. Een nieuwe vraag is wat er gebeurt vlak bij zulke resonanties. Aan deze vraag wordt sa-

**Figuur 1**  
Parameter-vlak van de zwak aangedreven Van der Pol oscillator.

men met Levi gewerkt, die in 1993 enkele maanden als gast in Groningen zal zijn. In het niet-lineaire geval geeft de genoemde KAM-theorie uitkomst, zoals beschreven in Broer en Vegter [4]. Het blijkt dat de bewegingen hier allemaal begrensd worden door 2-dimensionale invariante tori, hetgeen hier het bestaan van een eeuwige adiabatische invariant inhoudt. In het lineaire geval, beschreven door de Mathieu-vergelijking, blijken technieken uit [4,8] gebruikt te kunnen worden om nadere informatie in deze richting te verkrijgen, met name in de gevallen waar de kromme van langzaam veranderende parameters raakt aan de resonantietongen en in storingen van deze situatie. Normaalvormtechnieken lijken de mogelijkheid te geven asymptotisch te onderzoeken hoe de adiabatische invariant explodeert wanneer zo het gebied van onstabieleit wordt binnengegaan.

Dit onderzoek heeft ook te maken met het hoger-dimensionale analogon van de passage door resonantie, zoals onder andere door Neishtadt [9] is bestudeerd. Momenteel werkt er aan de Rijksuniversiteit Utrecht onder leiding van prof. dr. F. Verhulst een promovendus aan verwante problemen.

#### *Dynamische meetkunde in de $Sl(2, \mathbb{R})$*

Sedert Poincaré heeft de meetkunde haar intrede gedaan in de theorie van dynamische systemen. Algemene vragen betreffen de meetkundige structuur van de evoluties in de toestandsruimte, zoals we hiervoor al konden zien.

In het geval van de lineaire Mathieu-vergelijking wordt de Poincaré- of stroboscopische afbeelding ook lineair, voorgesteld door een  $2 \times 2$  matrix met determinant 1. Deze matrices vormen samen een 3-dimensionale ruimte  $Sl(2, \mathbb{R})$ . In deze ruimte ligt een tweetal kegels, met hun top in  $\pm$  de eenheidsmatrix. Deze kegels markeren de overgang van stabiel naar instabiel, zoals die optreedt bij de genoemde parametrische resonantie.

Object van studie in deze ruimte is nu het oppervlak gevormd door de 2-parameter familie matrices horend bij de Mathieu-vergelijking en de doorsnijding van dit oppervlak met de kegels. Het blijkt dat hier een interessante toepassing ligt van de Whitney singulariteitentheorie (voor een overzicht zie Afsharnejad [1]). Ook hier blijkt extra informatie te kunnen worden verkregen met

behulp van de normaalvormtheorie uit [4].

Verwant onderzoek wordt verricht door dr. I. Hoveijn, momenteel post-doc aan de Rijksuniversiteit Groningen. Hij bestudeert twee gekoppelde oscillatoren met periodieke aandrijving, nabij 'somresonantie'. De frequentie van de aandrijving is dan gelijk aan de som van de frequenties der afzonderlijke oscillatoren. Nu is de meetkunde wat hoger-dimensionaal. Zo vormen in het lineaire, 'Mathieu' geval de stroboscopische afbeeldingen de groep van symplectische  $4 \times 4$  matrices  $Sp(4, \mathbb{R})$ .

Een initiële analyse is te vinden in zijn proefschrift [6], maar het is de bedoeling dat in de nabije toekomst allerlei niet-lineaire aspecten onder de loupe genomen worden. Deze zijn gecentreerd rond de kwalitatieve veranderingen die het centrale evenwicht kan ondergaan.

#### Referenties

1. Z. AFSHARNEJAD (1986). Bifurcation geometry of Mathieu's equation. *Indian J. Pure Appl. Math.* 17.
2. V.I. ARNOLD (1980). *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag.
3. H.W. BROER, F. DUMORTIER, S.J. VAN STRIEN, F. TAKENS (1991). *Structures in Dynamics, Finite Dimensional Deterministic Studies*, North-Holland.
4. H.W. BROER, G. VEGTER (1992). Bifurcational aspects of parametric resonance, Dynamics Reported. *I New Series*, Springer-Verlag.
5. B.V. CHIRIKOV (1979). A universal instability of many-dimensional oscillator systems. *Physics Reports*, 52, North-Holland.
6. I. HOVEIJN (1992). *Aspects of Resonance in Dynamical Systems*. Thesis, University of Utrecht.
7. M. LEVI (1981). Qualitative analysis of the periodically forced relaxation oscillations. *Mem. AMS* 214.
8. M. LEVI (1982). Adiabatic invariants of the linear Hamiltonian systems with periodic coefficients. *J. Diff. Eqs.* 42.
9. A. NEISHTADT (1991). Probability phenomena due to separatrix crossing. *Chaos*, 1.
10. D. RUELE, F. TAKENS (1971). On the nature of turbulence. *Comm. Math. Phys.* 20; 23.
11. J.J. STOKER (1950). *Nonlinear Vibrations*, Interscience, New York.

# Toepassingen van de categorische logica

Centraal Jaarthema	: Logica
Coördinatoren	: prof. dr. D. van Dalen (RUU), dr. I. Moerdijk (RUU)
Periode	: Academisch jaar 1992-1993

## Types en categorieën

Traditioneel werkt men in de predicatenlogica met één enkel universum met daarop een aantal relaties en functies; dit universum heet dan het 'type' – of de 'soort', in wat oudere terminologie. Een informaticus werkt met meerdere types: basis types als het type **BOOL** van waarheidswaarden, het type **NAT** van natuurlijke getallen of het type **INT** van gehele getallen; met type variabelen  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  en mogelijk ook met types als  $\text{LIST}(\alpha)$  waar een type variabele  $\alpha$  in voorkomt. Dit laatste type kan beschreven worden als het type van lijsten met elementen van type  $\alpha$ . Dit leidt tot zogenaamde *polymorfie*. Men wil geen aparte sorteringsalgoritmen voor natuurlijke getallen, boole'se waarden of woorden, maar een algoritme dat polymorf werkt, in de zin dat het werkt op een lijst van type  $\alpha$ . Dat is op een element van type  $\text{LIST}(\alpha)$ . Hierbij wordt stilletjes verondersteld dat er voor dit type  $\alpha$  een lineaire ordening wordt meegegeven. Men schrijft

$$\text{sort} : \forall \alpha. \text{LIST}(\alpha) \times \text{ORD}(\alpha) \longrightarrow \text{LIST}(\alpha)$$

Dit leest men als volgt: **sort** is een programma (of term) dat voor ieder type  $\alpha$  en voor ieder paar  $\ell, <$  waarbij  $\ell$  een element is van  $\text{LIST}(\alpha)$  en  $<$  een ordening op  $\alpha$  (een element van  $\text{ORD}(\alpha)$ ) een resultaat  $\text{sort } \alpha (\ell, <)$  van type  $\text{LIST}(\alpha)$  oplevert.

In het meest voor de hand liggende semantische beeld van wat hier achter ligt beziet men een type als een verzameling en een term van een type als een element uit de bijbehorende verzameling. Een term van een  $\forall$ -type  $\forall \alpha. \sigma(\alpha)$  zoals hierboven is dan een term in het verzamelingstheoretische produkt van  $\sigma(\alpha)$  waarbij  $\alpha$  loopt over de interpretatie van alle types. Dit geeft een impredicatieve definitie: een deel wordt gedefinieerd in termen van het geheel. J.C. Reynolds heeft in 1985 aangetoond dat dit naïeve beeld niet opgaat voor polymorfe functies: een dergelijke vorm van compleetheid (geslotenheid onder produkten) is niet voorhanden in de

categorie van verzamelingen. Dit was in eerste instantie een teleurstellend resultaat. Kort daarna werd echter ontdekt dat in een ander categorisch universum dan dat van de klassieke verzamelingsleer de compleetheid die vereist is voor de interpretatie van polymorfie, wel voorhanden is. Met name in de effectieve topos, geconstrueerd door J.M.E. Hyland, kan men polymorfie wel interpreteren. En aangezien een topos een model vormt voor intuïtionistische verzamelingsleer, kan men zeggen dat polymorfie niet in klassieke zin, maar wel in intuïtionistische zin verzamelingstheoretisch is.

## Speltheorie en lineaire logica

Een ander thema dat tijdens het logisch jaar aan bod komt is dat van de spel-semantiek. In de klassieke logica is een propositie een waarheidswaarde die 'waar' (1) of 'onwaar' (0) kan zijn. In de constructieve logica wordt een ietwat subtieler beeld gehanteerd: een propositie is waar vanuit constructief gezichtspunt als er een bewijsconstructie voor is. Een recenter beeld maakt gebruik van speltheorie: een propositie is waar als er een strategie bestaat waarmee ieder debat over die propositie gewonnen kan worden. Zo'n debat bestaat uit een wiskundig gedefinieerd spel. Deze laatste interpretatie maakt het bruikbaar voor de zogenaamde *lineaire logica* van J.-Y. Girard. Daarin komen twee soorten conjuncties en ook twee soorten disjuncties voor. De verschillen kunnen worden beschreven in termen van wel of geen mogelijkheid om te wisselen tussen de componenten van de conjunctie- of disjunctiespelen. Deze lineaire logica vormt een verfijning van de klassieke en constructieve logica. Op dit gebied wordt de laatste jaren veel onderzoek verricht. Ook in de theoretische informatica staat deze lineaire logica sterk in de belangstelling: het formalisme houdt bij hoe vaak een bepaalde premisse (of input) gebruikt wordt (van belang bij een efficiënte implementatie van een programmeertaal) en de interactie tussen een proponent en

zijn opponent in een spel kan worden gezien als de interactie van een proces met zijn omgeving. Veel begrippen uit de wereld van het parallelle programmeren kunnen in deze spel-semantiek worden begrepen en bestudeerd. Op dit laatste gebied is S. Abramsky zeer actief. Categorische technieken en hulpmiddelen vormen een essentieel onderdeel bij deze semantiek van spelen.

Er zijn twee recente impulsen voor de logica: (a) van buitenaf vanuit de theoretische informatica, en (b) vanuit de wiskunde zelf in het toepassen van categorische technieken.

ad (a) De twintigste-eeuwse logica ontleent haar successen grotendeels aan het bestuderen van de samenhang tussen mathematisch-logische talen en hun modellen (de 'werkelijkheid'). De talen (en hun modellen) kwamen in eerste instantie voort uit de wiskunde in de vorm van propositie- en predicaten-logica's, maar later ook uit de linguïstiek. De laatste jaren zijn daar programmeertalen bijgekomen. Voor het bestuderen van deze laatste soort kunstmatige talen zijn logische technieken bij uitstek geschikt. Een heldere wiskundige semantiek is essentieel om programma's geschreven in deze talen goed te begrijpen. Een goed begrip van de betekenis is ook van groot belang voor het bewijzen van correctheid.

Aldus is een nieuw toepassingsgebied voor de logica ontstaan, dat vervolgens ook tot een verdieping en verbreding van de logica zelf heeft geleid. Voorbeelden van deze ontwikkeling kan men vinden in de getypeerde lambda calculus (met name met betrekking tot polymorfe), in de lineaire logica – en in de (categorische) semantiek van deze systemen. Op dit gebied is baanbrekend werk verricht door Girard, Hyland en Abramsky.

ad (b) Categorie theorie ontstond ter ondersteuning van de algebraïsche topologie – vanouds een mengvorm van meetkunde en algebra. In de jaren zeventig is ontdekt (als eerste door Lawvere) dat categorie-theorie grote toepassingsmogelijkheden heeft binnen de mathematische logica, met name als het gaat om het ontwikkelen van nieuwe flexibele semantische theorieën voor constructieve logica's.

### **Ontwikkelingen**

In Nederland bestaat sinds Brouwer een ruime kennis en ervaring op het gebied van constructieve logica's. Een overzicht van deze meer klasieke zaken vindt men in Troelstra-van Dalen,

'Constructivism in Mathematics' 2 Volumes, North Holland 1988. Nederland heeft dan ook een goede voedingsbodem om aan te sluiten bij deze recente ontwikkelingen. Men denke aan het typen-theoretische onderzoek in Nijmegen onder leiding van Barendregt (zie zijn recente overzichtsartikel 'Lambda Calculi with Types' in het 'Handbook of Logic in Computer Science', Volume 2, Oxford University Press), de proefschriften van Pavlovic (Utrecht, 1990) en Jacobs (Nijmegen, 1991) in de categorische logica en typen-theorie en het overzichtswerk op dit gebied: Mac Lane en Moerdijk, 'Sheaves in Geometry and Logic' (Springer, 1992). Verder is er in Amsterdam veel activiteit op het gebied van de lineaire logica, zie Troelstra's 'Lectures on Linear Logic' (Stanford Notes, 1992) en het binnenkort te verschijnen proefschrift van Schellinx.

Het nut en belang van de categorische methoden is thans algemeen erkend en vrijwel iedere conferentie over de fundamentele problemen van de informatica biedt ruimte aan toepassingen van de categorie-theorie.

### **Activiteiten in 1992 en 1993**

Het Landelijk Samenwerkingsverband Logica heeft dan het LAW-jaarthema rond de toepassingen van de categorische logica ingevuld. Deze kernactiviteit, onder de naam 'Logisch Jaar', heeft de vorm gekregen van een doorlopende reeks van samenhangende seminaria, die als regel wekelijks plaatsvinden.

Doel van het Logisch Jaar is om het landelijk onderzoek een extra impuls te geven, onder andere door een aantal internationaal gerenommeerde specialisten in het vakgebied naar Nederland uit te nodigen en hen in contact te brengen met jonge Nederlandse onderzoekers. We hebben ons daarbij geconcentreerd op de twee toepassingsgebieden: typen-theorie en lineaire logica.

Aan het eind van het voorjaarssemester 1993 zal een workshop met de titel 'Constructivity and Computation' worden georganiseerd in Driebergen. Deze bijeenkomst heeft een landelijk karakter en is in eerste instantie bedoeld voor jonge Nederlandse onderzoekers. Indien er voldoende plaats is kunnen ook enkele buitenlanders deelnemen.

Na beëindiging van de genoemde, extra gesubsidieerde activiteiten zal in het volgend academisch jaar naar een, wat bescheidener, voortzetting worden gestreefd.

# Karakterisering van de lopende projecten

## Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde

*Iteratieve methoden voor lineaire en niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Iteratieve methoden voor partiële differentiaalvergelijkingen, zoals zelf-geadjungeerde, niet-zelf-geadjungeerde, gemengde variabele en niet-lineaire methoden worden onderzocht. Deze problemen komen bijvoorbeeld voor in mengbare verplaatsingsproblemen. Bestudeerd worden verschillende gepreconditioneerde geeneraliseerde geconjugeerde gradiëntenmethoden aangepast aan bovenstaande typen problemen. Als preconditioneringstechnieken zullen domeindecompositie, algebraïsch gebaseerde multi-roostermethoden en incomplete factorisatiemethoden worden onderzocht. Voor niet-lineaire problemen zullen Newton-type-methoden en vaste-punt-methoden bestudeerd worden.

*Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen* (prof. dr. M.N. Spijker, RU Leiden)

Het project betreft de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen voor gewone en partiële differentiaalvergelijkingen. Benaderingsmethoden voor het oplossen van deze problemen worden theoretisch onderzocht. Het gaat hierbij vooral om het verkrijgen van rigoreuze a-priori foutschattingen, geldig voor problemen die realistisch zijn dan de klassieke testproblemen.

*Numerieke en fundamentele aspecten van polynomiale splines in twee variabelen* (prof. dr. C.R. Traas en dr. R.M.J. van Damme, Universiteit Twente)

Probleem is het interpoleren in en het approximeren van data in een gebied  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  met gebruikmaking van approximerende functies met continue afgeleiden van ten hoogste tweede orde en met behoud van bepaalde eigenschappen die kenmerkend zijn voor de data (monotonie, convexiteit). Het gebied  $\Omega$  kan hierbij willekeurig gevormd zijn en de data kunnen verstrooid zijn of in een regelmatig patroon liggen. Doelstelling is hiervoor een aantal geschikte formuleringen in

termen van polynomiale splines in twee variabelen te vinden.

*Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Voor elliptische problemen zijn recentelijk nieuwe preconditioneringsmethoden ontwikkeld van optimale rekencomplexiteit. Maar, zelfs als de hoeveelheid rekenwerk per roosterpunt in essentie vast ligt, onafhankelijk van de fijnheid van het rooster, kan de echte hoeveelheid rekenwerk groot zijn en andere, niet-optimale methoden kunnen efficiënter zijn voor de probleemafmetingen die men in de praktijk tegenkomt. Het doel is het vinden van de echte rekencomplexiteit van verschillende iteratieve oplosmethoden door bepaling van nauwkeurige eigenwaardebenaderingen voor de gepreconditioneerde geconjungeerde gradiëntenmethoden gebruikmakend van verschillende types van preconditioneringen en meerdere (gegeneraliseerde) geconjugeerde gradiëntenmethoden. Dit zal ook gedaan worden voor bepaalde niet-symmetrische en indefiniete matrixproblemen. Het doel is ook dezelfde soort problemen te behandelen wat betreft reken- en communicatiecomplexiteit voor enkele typische parallele computerarchitecturen.

*Invariante discretiserings- en oplosmethoden voor de behoudswetten voor incompressibele stromingen* (prof. dr. ir. P. Wesseling, TU Delft)

Het doel van het project is het ontwikkelen en vergelijken van methoden voor de invariante discretisatie van de behoudswetten voor incompressibele stromingen in algemene coördinaten, en van corresponderende numerieke oplosmethoden. Ontwikkeling en evaluatie van numerieke methoden voor de incompressibele Navier-Stokes vergelijkingen in algemene coördinaten met turbulentie-modellering. Toepassing op een realistisch geval.

*Globale tijd-ruimte discretisatiemethoden* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Het gebruik van globale tijd-ruimte eindige elementenmethoden voor parabolische en gekop-

pelde parabolische/hyperbolische differentiaalvergelijkingen hebben veel voordelen boven gewone tijdstapmethoden. Ze kunnen onder andere stabiele methoden opleveren ook voor problemen, waar de gewone methode instabiel is en vaak maken ze gebruik van een aantal roosterpunten dat een orde van grootte kleiner is.

De methode is toepasbaar op voorwaarts-achterwaartse warmtevergelijkingen, op bepaalde optimale controle (besturings)problemen die onder andere ontstaan bij numerieke weersvoorspelling, en voor beginrandwaardeproblemen met niet-lokale randvoorwaarden.

De niet-symmetrische stelsels die ontstaan kunnen opgelost worden met bepaalde iteratieve methoden, gebaseerd op gegeneraliseerde geconjungeerde gradiëntenmethode en algebraïsche multiroostermethoden als preconditioneringen. Doel van het onderzoek is stabiliteit en discretisatiefoutschattingen te analyseren en te laten zien dat de methoden optimale (of bijna optimale) complexiteit hebben.

### **Werkgemeenschap Stochastiek**

*Zelfgelijkvormigheid en zelfontbindbaarheid* (prof. dr. W. Vervaat, KU Nijmegen)

- I. Zelfgelijkvormige processen: eigenschappen van marginale verdelingen; functionele loglog-wetten.
- II. Zelfontbindbaarheid. Hille-Yosida-achtige analyse van karakteristieke functies van kansverdelingen over halfgroepen.
- III. Grote afwijkingen, loglog-wetten en capaciteiten in de context van halfgroepen.

*Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: analyse van rekenintensieve statistische methoden* (prof. dr. W.R. van Zwet, RU Leiden)  
Rekenintensieve statistische methoden als de bootstrap zullen worden bestudeerd en vergeleken met methoden die rekentechnisch eenvoudiger zijn, zoals de empirische Edgeworth-ontwikkeling. Het asymptotisch gedrag van deze procedures alsook hun gedrag voor eindige steekproefomvang zal worden beschouwd. Behalve in enkele speciale gevallen kan dit gedrag voor eindige steekproeven niet analytisch worden behandeld en zullen simulatiestudies worden uitgevoerd.

*Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: functionele en structurele modellen* (prof. dr. C.A.J. Klaassen, Universiteit van Amsterdam)

In statistische modellen met grote parameterruimten spelen mengmodellen een belangrijke rol. Daarbij zijn de storingsparameters in de verdelingen van de waarnemingen realisaties van onafhankelijke en identiek verdeelde (iid) stochasten onder een mengverdeling. Dit structurele model (met iid waarnemingen) heeft andere eigenschappen dan het functionele model waarin de (onbekende) storingsparameters deterministisch zijn en de waarnemingen onafhankelijk maar niet identiek verdeeld. In het voorgestelde project zal een vergelijking van deze modellen worden gemaakt en zullen efficiënte grenzen en schatters worden geconstrueerd voor het functionele model.

### **Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie**

*Systeemidentificatie met overlappende parameterisaties* (dr. B. Hanzon, VU Amsterdam en prof. dr. M. Hazewinkel, CWI)

Bij identificatie van multivariabele lineaire dynamische systemen heeft men te maken met het feit dat de verzamelingen van dergelijke systemen in het algemeen een complexe structuur hebben. Deze structuur kan goed worden begrepen in termen van differentiaalmeetkunde. Hanzon heeft op grond van differentiaalmeetkundige beschouwingen de theoretische grondslag gelegd voor een klasse van identificatie-algoritmen. Het hoofddoel van het voorgestelde onderzoek is dit soort algoritmen te gaan uitwerken, uittesten en toepassen.

*Dissipatieve oneindig-dimensionale systemen* (prof. dr. R.F. Curtain, RU Groningen)

Dissipativiteit voor oneindig-dimensionale systemen wordt onderzocht; in het bijzonder Lur'e vergelijkingen, het Kalman-Yacubovich lemma en het begrip positief reëel en een bewijs voor asymptotische stabiliteit gebaseerd op een frequentiedomein-aanpak. De resultaten zijn belangrijk voor flexibele systemen die hun toepassingen vinden bij grootschalig flexibele ruimtestructuren en robotarmen.

*Algebraïsche methoden voor systemen met vertragingen* (prof. dr. ir. M.L.J. Hautus, TU Eindhoven)

- Onderzoek van de toepasbaarheid van de in de literatuur ontwikkelde algebraïsche methoden voor de behandeling van lineaire tijdsinvariante systemen met vertragingen.
- Eventuele uitbreiding van de theorie als dit voor de toepassingen nuttig lijkt.
- Toetsing van efficiëntie, numerieke eigenschappen en robuustheid van de onderzochte methoden.

*Basisconcepten in de theorie van stochastische dynamische systemen* (prof. dr. ir. J.C. Willems, RU Groningen)

De opzet van dit onderzoek is het ontwikkelen van een mathematisch kader voor het modelleren van stochastische dynamische systemen. Een essentiële rol in dit onderzoek wordt het gedrag van een systeem en de interactie met de gedragsvergelijkingen. Speciale aandacht zal worden besteed aan het lineaire tijdinvariant Gaussische geval en aan een fundamentele studie van ARMAX-systemen.

*Het machtreeks algoritme voor de analyse van wachtrijproblemen* (dr. J.P.C. Blanc, KU Brabant)

Theoretische rechtvaardiging van het machtreeks algoritme, verbetering van dit algoritme en uitbreiding van de toepasbaarheid ervan. Numerieke analyse van diverse wachtrijmodellen met behulp van dit algoritme.

*Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen* (prof. dr. A. Hordijk, RU Leiden)

De existentie en structuur van optimale strategieën in (gedeeltelijk observeerbare) Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen. Stochastische ongelijkheden voor wachtrijen-netwerken en grenzen en benaderingen voor Markov-beslissingsketens.

*Inwendige-punt-methoden voor lineair, geheeltal-  
lig lineair en niet-lineair programmeren* (dr. ir. C. Roos, TU Delft)

Voortzetting van het onderzoek aan recent ontwikkelde inwendige-punt-methoden voor lineair programmeren en uitbreidingen naar niet-lineaire optimalisering. Met name de mogelijkheid om deze methoden toe te passen op geheeltallige optimaliseringsproblemen zal worden

onderzocht. Implementaties van de methoden zullen worden getest op hun praktische effectiviteit.

*Machinevolgordeproblemen en samenwerking* (prof. dr. S.H. Tijs, KU Brabant en dr. J.A.M. Potters, KU Nijmegen)

Het project beoogt kostentoe wijzingsmechanismen te ontwerpen voor machinevolgordeproblemen. Deze mechanismen dienen onder alle omstandigheden een eerlijke verdeling van kosten te bewerkstelligen die zo mogelijk eenvoudig te berekenen is. Het is de opzet de eigenschappen van dergelijke regels te bestuderen en axiomatisch te karakteriseren. De wijze van benadering zal ontleend zijn aan de coöperatieve speltheorie, een theorie die al vaker met succes is toegepast bij kostentoe wijzingsproblemen.

*Lineaire impliciete systemen: een distributieve benadering* (prof. dr. J.M. Schumacher, KU Brabant/CWI en dr. J.C. Engwerda, KU Brabant)

Het onderzoek zal zich richten op de verdere ontwikkeling van een distributieve calculus die geschikt is voor lineaire ingangs/uitgangssystemen gedefinieerd op de halfrechte  $\mathbb{R}^+$ . De calculus zal worden gebruikt voor de beschrijving van structurele systeemeigenschappen en voor het oplossen van optimale-besturingsproblemen. Een analoge opzet zal worden ontwikkeld voor systemen in discrete tijd.

## Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

*Verbetering van decodeertechnieken van algebraïsche codes* (prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg en prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

- Het vinden van efficiënte decodeeralgoritmen voor codes die nog geen efficiënte decodeeralgoritmen kennen of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen minder fouten kunnen verbeteren dan de error-correcting capaciteit van de code mogelijk maakt of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen niet efficiënt genoeg zijn.
- Het vinden van soft decision decoding algoritmen voor sporadische of klassen van algebraïsche codes.

*Overdekkingsproblemen* (prof. dr. J.H. van Lint en prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg, TU Eindhoven)

Het onderzoek naar de overdekkingsstraal van codes, grenzen voor deze straal, constructiemethoden voor goede overdekkingscodes staat (na 25 jaar) nog steeds in de kinderschoenen. Recent onderzoek heeft nieuwe impulsen gegeven. Doel is om van de (enorme) lijst van 'open problems' een aantal op te lossen.

*Algebraïsch-meetkundige codes* (dr. G.R. Pelikaan, TU Eindhoven)

Het onderzoek richt zich op:

1. Het decoderen van algebraïsch-meetkundige codes.
2. Het bepalen van grenzen van de minimum-afstand en dimensie van algebraïsch-meetkundige codes.
3. Het vinden van MDS codes op krommen.

Berekeningen in de Jacobiaan van de kromme spelen een centrale rol in alle drie de onderdelen.

*Codes in klassieke afstandsreguliere grafen*

(prof. dr. A.E. Brouwer, TU Eindhoven)

Onderzoek van codes en designs in associatieschema's en aanverwante structuren, speciaal in het eindige geval.

*Ternaire codes en hun designs* (prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

Onderzoek naar de minimum-afstand van ternaire codes, in het bijzonder optimale codes en de constructie van nieuwe  $t$ -designs.

*Computeralgebra in de coderingstheorie*

(prof. dr. A.E. Brouwer en prof. dr. A.M. Cohen, TU Eindhoven)

Het ontwerpen en implementeren van een computeralgebrapakket met kennis van/voor gebruik in de coderingstheorie en aanverwante gebieden (eindige meetkunden, block designs, e.d.). Het pakket zal semi-autonoom zijn en draaien bovenop bestaande computeralgebrasystemen, zoals het algemene MAPLE of het groepentheoretische systeem CAYLEY.

## Werkgemeenschap Analyse

*Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen* (dr. P.H.M. Kersten en prof. dr. ir. R. Martini, Universiteit Twente)

Het doel van het project is enerzijds inzicht te verwerven in de Lie-algebraïsche achtergronden van partiële differentiaalvergelijkingen die een fundamentele rol spelen in de Mathematische Fysica en anderzijds de gegradueerd Lie-algebraïsche structuur van supersymmetrische systemen te onderzoeken.

*Som van accretieve operatoren* (prof. dr. Ph. Clément en dr. B. de Pagter, TU Delft)

Bestudering van existentie en regulariteit van oplossingen van vergelijkingen van de vorm  $Au + Bu = f$  in zekere functieruimten waarbij  $A$  en  $B$  (niet noodzakelijk lineaire) accretieve operatoren van speciaal type zijn en toepassingen hiervan in de theorie van integro-differentiaalvergelijkingen.

*Lie-groepen. Deelproject: oplosbaarheid van invariante differentiaaloperatoren* (prof. dr. E.G.F. Thomas, RU Groningen en prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Probleem van de existentie van fundamentele oplossingen, de oplosbaarheid en lokale oplosbaarheid voor invariante differentiaaloperatoren op homogene ruimtes, meer speciaal op symmetrische ruimtes geassocieerd met een gegeneraliseerd Gelfand-paar.

*Tijdperiodieke oplossingen van hyperbolische differentiaalvergelijkingen* (dr. ir. A.H.P. van der Burgh en prof. dr. ir. J.W. Reijn, TU Delft)

Stelsels aangedreven zwak niet-lineaire hyperbolische differentiaalvergelijkingen worden onderzocht op het bestaan van tijdperiodieke oplossingen. Methoden worden ontwikkeld om deze tijdperiodieke oplossingen en hun perioden bij benadering te berekenen. De kwalitatieve theorie voor gewone differentiaalvergelijkingen wordt voor een aantal interessante verschijnselen gerelateerd aan de beschouwde klasse van gestoorde hyperbolische vergelijkingen.

*Integro-differentiaalvergelijkingen van convolutietype en singuliere systemen* (prof. dr. M.A. Kaashoek en prof. dr. I. Gohberg, VU Amsterdam)

Dit project betreft integro-differentiaalvergelijkingen van convolutietype met symbolen uit een klasse van rationale of analytische matrixwaardige functies. Het doel is expliciete oplossingen te construeren en de oplossingen te



analyseren door gebruik te maken van een samenhang met singuliere input/output systemen. Deze benadering lijkt zeer natuurlijk en is van toepassing zowel op zogenaamde normale alsook op verschillende typen van niet-normale vergelijkingen.

*Lie-groepen. Deelproject: vectorwaardige Poisson-transformaties op symmetrische ruimten* (dr. E.P. van den Ban en prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Zij  $G/K$  een (pseudo-)Riemannse symmetrische ruimte. Het is bekend dat (scalarwaardige) gemeenschappelijke eigenfuncties van de algebra der  $G$ -invariante differentiaaloperatoren op  $X$  gerealiseerd kunnen worden als Poisson getransformeerden van functies op een randcomponent van  $X$ . Een interessant probleem is in hoeverre dit mogelijk is voor secties van geometrisch natuurlijke  $G$ -homogene vectorbundels op  $X$  die oplossingen zijn van soortgelijke stelsels differentiaalvergelijkingen. Doel is voor dergelijke bundels expliciet Poisson-transformaties te bepalen en hun eigenschappen te begrijpen.

*Lie-groepen. Deelproject: analyse op wortelsystemen* (prof. dr. G. van Dijk, RU Leiden en prof. dr. T.H. Koornwinder, CWI)

In de eerste plaats de unificatie van de verschillende hypergeometrische functies in meer variabelen met de functies en polynomen geassocieerd met wortelsystemen als centrale klasse. In de tweede plaats het ontwikkelen van een formularium en algoritmenverzameling van deze functies.

*De analyse van partiële differentiaalvergelijkingen uit de theorie der supergeleiding* (dr. B.H. Gilding en prof. dr. ir. P.J. Zandbergen, Universiteit Twente)

Supergeleiding wordt gemodelleerd door een aantal (stelsels van) partiële differentiaalvergelijkingen. Tot nu toe is er echter weinig theorie voor deze vergelijkingen ontwikkeld. Dit onderzoek bestudeert existentie en eenduidigheid voor geschikte randvoorwaardeproblemen en het karakteriseren van vrije randen in de oplossingen en verwante kwalitatieve eigenschappen van de oplossingen.

*Berekenen en visualiseren van invariante variëteiten in dynamische systemen* (dr. G. Veg-

ter, prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Doel is te komen tot een toolkit voor systematische berekening en visualisering van invariante variëteiten in lage dimensie ( $\leq 4$ ). Te denken valt aan (on)-stabiele variëteiten van evenwichten en periodieke banen, aan invariante tori en ook aan optredende hetero- en homocliene verschijnselen. De numerieke algoritmen zijn geënt op (contractie-)methoden uit existentie-bewijzen. De toolkit dient een gebruikersvriendelijk hulpmiddel te zijn bij onderzoek op het gebied van dynamische systemen, zowel in experimenten als bij het leveren van bewijzen.

*Plotselinge verandering in systemen met adiabatische variabelen* (prof. dr. ir. J. Grasman, LU Wageningen, prof. dr. ir. W. Eckhaus en prof. dr. F. Verhulst, RU Utrecht)

Door een langzame verandering van parameters kan een niet-lineair systeem plotseling van de ene limietoplossing naar de andere springen. Als de verandering een functie van de toestandsvariabelen is, dan is het moment van plotselinge verandering moeilijk te voorspellen. Toepassingen worden gevonden in de mechanica, klimatologie en de biologie. Het doel van dit onderzoek is een kwantitatieve wiskundige theorie voor deze klasse van problemen te ontwikkelen.

*Validiteit van modulatievergelijkingen van het Ginzburg-Landau type* (prof. dr. ir. W. Eckhaus, prof. dr. A. van Harten en dr. A. Doelman, RU Utrecht)

Onderzoek van de validiteit van de Ginzburg-Landau vergelijking en de stabiliteit van de Ginzburg-Landau variëteit in een algemene opzet, die de klassieke hydrodynamische problemen (Rayleigh-Bénard convectie, Poiseuille-stroming, etc.) omvat.

*Niet-lineaire convectie en diffusie van verontreinigingen in poreuze media* (prof. dr. ir. C.J. van Duijn, TU Delft en prof. dr. ir. L.A. Peletier, RU Leiden)

In dit project wordt voorgesteld een aantal wiskundige aspecten uit de modellering van het transport van reactieve stoffen door een poreus materiaal (bijvoorbeeld verontreinigingen in grondwater) te bestuderen. Een centrale rol speelt hierbij een niet-lineaire convectie-diffusievergelijking (voor het transport), gekoppeld met

een gewone differentiaalvergelijking (voor de chemische reacties). Deze studie zal zich richten op de kwalitatieve analyse van de oplossingen van dit stelsel, zoals existentie, eenduidigheid, regulariteit, vrije randen, asymptotisch gedrag in de tijd, etc.

### **Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde**

*Aritmetische algebraïsche meetkunde* (prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen, prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en prof. dr. G.B.M. van der Geer, Universiteit van Amsterdam)

Onderzoek uitvoeren en stimuleren op het gebied der aritmetische algebraïsche meetkunde.

*Diophantische approximaties van matrices*

(prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden)

De studie van de benaderingen van matrices met reëel- of complexwaardige coëfficiënten door matrices met rationale of algebraïsche coëfficiënten.

*Homocliene bifurcaties met periodieke attractoren* (prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Onderzoek naar een zekere klasse van homocliene bifurcaties waarbij een cascade van bifurcaties van (verschillende) periodieke attractoren optreedt.

*Bernoulli-polynomen, Dirichlet-karakters en diophantische vergelijkingen* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden)

Het verkrijgen van nieuwe resultaten over diophantische vergelijkingen door het combineren van kennis op het gebied van diophantische approximaties, analytische en algebraïsche getaltheorie.

*Cykels op algebraïsche variëteiten* (prof. dr. F. Oort,

RU Utrecht en prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen)

Deformaties van een variëteit met behoud van een cykel. Deformaties van families.

*Numerieke getaltheorie: het ontbinden van grote gehele getallen in priemfactoren* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden en dr. ir. H.J.J. te Riele, CWI)

Onderzoek van de Number Field Sieve-

factorisatiemethode voor een zo groot mogelijke klasse van gehele getallen (mogelijk zelfs voor willekeurige gehele getallen). Ontwikkeling van een machine-onafhankelijke implementatie van deze methode en aanpassing en optimalisatie hiervan voor parallelle supercomputers (zoals de Cray Y-MP4 en de NEC SX-3). Onderzoek en, zo mogelijk, verhoging van de praktische bruikbaarheid van de NFS-methode. Vergelijking met de tot nu toe beste bekende algemene factorisatiemethode (MPQS) en experimentele bepaling van het interval waar NFS het wint van MPQS.

*Deelvariëteiten van de moduluirruimte van krommen* (prof. dr. G.B.M. van der Geer en dr. C. Faber, Universiteit van Amsterdam)

I. Onderzoek van complete deelvariëteiten van  $M_g$ ; constructie van complete deelvariëteiten van  $M_g$ .

II. Enumeratieve meetkunde van  $M_g$ : bepaling van klassen van meetkundig gedefinieerde deelvariëteiten in de Chow-ring; interpretatie van de vermoedens van Witten.

*Modulaire krommen* (prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en dr. J. Top, RU Groningen)

Het bestuderen van de aritmetiek van de torsie-deelgroep van de groep  $E(K)$  van een elliptische kromme  $E$  gedefinieerd over een getallenlichaam  $K$ . Het afleiden van eigenschappen van modulaire krommen. Het vergelijken van deze methoden met technieken gerelateerd aan Drinfel'd modulaire krommen.

### **Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde**

*Het vooruitbeslissingsaxioma en andere nieuwe axioma's voor de verzamelingsleer* (dr. W.H.M. Veldman, prof. dr. H.P. Barendregt en prof. dr. A.C.M. van Rooij, KU Nijmegen)

Het vooruitbeslissingsaxioma dateert uit 1962. Het is in strijd met het keuze-axioma, want het heeft bijvoorbeeld tot gevolg dat alle deelverzamelingen van  $\mathbb{R}$  Lebesgue-meetbaar zijn. Het speelt een belangrijke rol in de oneindige combinatoriek en in de moderne beschrijvende verzamelingsleer. Het axioma van Martin stamt uit 1970. Het is ontstaan uit een poging bepaalde onafhankelijkheidsbewijzen, die voortbouwen op methoden van P.J. Cohen, helder te presenteren. Deze axioma's roepen tal van vragen op. Het on-

derzoek heeft tot doel enkele van deze vragen te beantwoorden.

*Interpreteerbaarheid en begrensde rekenkunde* (dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam en dr. A. Visser, RU Utrecht)

Onderzoek van het begrip interpreteerbaarheid in rekenkundige en verzamelingstheoretische systemen, met speciale aandacht voor systemen van begrensde rekenkunde. Tevens onderzoek van de metamathematische en complexiteitstheoretische aspecten van die begrensde systemen van rekenkunde.

*Getypeerde lambda-calculi, logica en recursietheorie* (prof. dr. H.P. Barendregt, KU Nijmegen) Het project wil voor verschillende getypeerde lambda-calculi een aantal syntactische vragen oplossen. Het belangrijkste probleem is om de bewijstheoretische en recursietheoretische sterkte van de verschillende calculi te bepalen in termen van meer bekende logische systemen.

*Exacte modellen voor fragmenten van intuïtionistische logica* (prof. dr. G.R. Renardel de Lavalette, RU Groningen en dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam)

Doel van het project is het verrichten van onderzoek naar de structuur van fragmenten (c.q. hun Lindenbaum-algebra) van de intuïtionistische propositielogica (IpL). De bestudering van de zogeheten exacte modellen zal hierbij centraal staan. Het onderzoek zal ondersteund worden door automatische stellingentesters en -bewijzers voor IpL. Er zal speciale aandacht besteed worden aan toepassingen van de resultaten van het onderzoek in de theorie van IpL, typentheorie en in de ontwikkeling van nieuwe algoritmen voor stellingenbewijzers.

*Verzamelingenleer in categorische modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie* (dr. I. Moerdijk en prof. dr. D. van Dalen, RU Utrecht) Het doel van dit project is allereerst de categorische modellen voor intuïtionistische hogere orde logica te vergelijken met die voor intuïtionistische typentheorie, en vervolgens het verband te onderzoeken tussen interpretaties van de verzamelingenleer in deze twee soorten modellen.

## Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica

*Wiskundige aspecten van BRST-cohomologie* (prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Theoretisch natuurkundigen hebben in ijktheorieën een operator geïntroduceerd die analogie vertoont met de uitwendige differentiatie van de differentiaalmeetkunde. Alleen is ze gedefinieerd op functies, respectievelijk vormen, op oneindig-dimensionale ruimten van connecties waarop een oneindig-dimensionale ijkgroep werkt, met eindig-dimensionaal quotiënt. Het is de bedoeling om differentiaal-meetkundige, differentiaal-topologische en functionaal-analytische aspecten van de in dit verband door de natuurkundigen geïntroduceerde constructies te onderzoeken.

*Mathematische fundering van de thermodynamica* (prof. dr. M. Winnink, dr. A.C.C. van Enter, RU Groningen)

Voorgesteld wordt enkele aspecten te onderzoeken van het inverse probleem uit de statistische mechanica. In het bijzonder wordt gezocht naar voorwaarden waaronder het inverse probleem oplosbaar of onoplosbaar is.

*Onafhankelijkheid in de quantum-kanstheorie* (dr. J.D.M. Maassen, KU Nijmegen)

Inventarisatie van de mogelijke realisaties van het begrip 'statistische onafhankelijkheid' in de quantum-kanstheorie. Nu bekende mogelijkheden: de tensorproduct-structuur (omvat het klassieke, commutatieve geval), de anticommutatieve tensorproduct-structuur en het gereduceerde vrije product (ontdekt in 1983), elk met haar eigen optelwet, centrale-limietstelling en 'witte ruis', en bovendien elk met een eigen fysische interpretatie. Het gebied lijkt rijk aan structuur, voor het grootste deel nog onontgonnen.

*Topologische veldentheorie, stringtheorie en de meetkunde van moduliruimten* (prof. dr. R.H. Dijkgraaf, Universiteit van Amsterdam)

Het onderzoek richt zich op de relatie tussen quantumveldentheorie en stringtheorie met behulp van algebraïsch meetkundige en algebraïsch topologische methoden.

## **Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wis- kunde**

*Analyse van middeleeuwse Arabische astronomische tabellen met behulp van numerieke en statistische methoden en personal computers*  
(prof. dr. H.J.M. Bos en dr. J.P. Hogendijk, RU Utrecht)

Veel middeleeuwse Arabische astronomische tabellen zijn berekend op basis van parameterwaarden die niet expliciet gegeven zijn en volgens onbekende algoritmen. De parameterwaarden die werden gebruikt voor de berekening van de tabellen, waren vaak karakteristiek voor een bepaalde plaats en tijd en voor bepaalde astronomen. Kennis van deze parameters kan dus tot conclusies leiden over de ontwikkeling en verspreiding van astronomische kennis. Doel van het onderzoek is numerieke en statistische methoden te ontwikkelen om onbekende parameters te schatten uit

de tabellen en om de betrouwbaarheidsgebieden van deze schattingen te bepalen. Een gebruikersvriendelijk software-pakket voor de analyse van astronomische tabellen zal worden ontwikkeld.

*Geschiedenis van de meetkunde in de 19de eeuw*  
(prof. dr. H.J.M. Bos, RU Utrecht)

Het onderzoek betreft ontwikkelingsprocessen op het grensvlak van de 19de-eeuwse geometrische optica en de meetkunde. Deze processen zullen beschreven en geanalyseerd worden in het geval van de studie van twee-dimensionale stralensystemen. In het bijzonder zullen daarbij de geschiedenis van het onderzoek naar de 'normaliteit' van een systeem alsmede de ontwikkeling van het begrip van de 'oneindige dunne stralenbundel' aan bod komen. Het onderzoek dient ook als 'pilot project' om de relevantie te onderzoeken van klassieke 19de-eeuwse theorieën in moderne technologie.

## Publikaties

### Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde

J.L.M. VAN DORSSELAER, M.N. SPIJKER (1992). *The Error Committed by Stopping Newton Iteration in the Numerical Solution of Stiff Initial Value Problems*, Report TW 92-02, Rijksuniversiteit Leiden.

J.L.M. VAN DORSSELAER, J.F.B.M. KRAAIJEVANGER, M.N. SPIJKER (1992). *Linear Stability Analysis in the Numerical Solution of Initial Value Problems*, Report TW 92-07, Rijksuniversiteit Leiden.

A.O.H. AXELSSON, M.G. NEYTCHIEVA (1992). Finding eigenvalues in an interval using parallelizable algorithms. *Proceedings Workshop on Parallel Algorithms*, Bankja, Bulgaria.

M. NEAMTU (1992). Multivariate divided differences. I. Basic properties. *SIAM J. Numer. Anal.* 29, 1435-1445.

M. NEAMTU (1992). On discrete simplex splines and subdivision. *J. Approx. Th.* 70, 358-374.

### Werkgemeenschap Stochastiek

H. HOLWERDA (1992). *Closed-Graph and Closed-Epigraph Theorems in General Topology: A Unifying Approach*, preprint, Katholieke Universiteit Nijmegen.

W. VERVAAT (1992). *Self-Affine Processes and the Ergodic Theorem*, Report 9216, Katholieke Universiteit Nijmegen.

W. VERVAAT (1992). Properties of general self-similar processes. F. DEN HOLLANDER, H. MAASSEN (eds.). *Mark Kac Seminar on Probability and Physics*, CWI, Amsterdam, 1-25.

### Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie

R.L.M. PEETERS (1992). *Identification on a Manifold of Systems*, Research Memorandum 1992-7, Vrije Universiteit Amsterdam.

R.L.M. PEETERS, B. HANZON (1992). *The Riemannian Interpretation of Gauss-Newton and Scoring, with Applications to System Identification*, Research Memorandum 1992-22, Vrije Universiteit Amsterdam.

B. HANZON, R.L.M. PEETERS (1992). On the Riemannian interpretation of the Gauss-Newton algorithm. *Proceedings IFAC Workshop on Mutual Impact of Computer Power and Control Theory*, Prague, Czechoslovakia, 65-70.

R.F. CURTAIN, B.A.M. VAN KEULEN (1992). Robust control with respect to coprime factors of infinite-dimensional positive real systems. *IEEE Trans. Aut. Control* 37, 868-871.

B.A.M. VAN KEULEN (1992). *Equivalent Conditions for the Solvability of the Infinite-Dimensional LQ-Problem with Unbounded Input and Output Operators*, Report W-9209, Rijksuniversiteit Groningen.

B.A.M. VAN KEULEN (1992).  *$H_\infty$ -Control with Measurement-Feedback for Pritchard-Salamon Systems*, Report W-9211, Rijksuniversiteit Groningen.

B.A.M. VAN KEULEN, M.A. PETERS, R.F. CURTAIN (1992).  $H_\infty$ -control with state-feedback for infinite-dimensional systems. H. KIMURA, S. KODAMA (eds.). *Recent Advances in Mathematical Theory of Systems, Control, Networks and Signal Processing I, Proc. of the MTNS 1991*, 121-126.

B.A.M. VAN KEULEN (1992). The  $H_\infty$  - control problem for Pritchard-Salamon systems. *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control 1*, 217-218.

B.A.M. VAN KEULEN (1992). Equivalent conditions for the solvability of the infinite-dimensional LQ-problem with unbounded input and output operators. *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control 4*, 3121-3122.

L.C.G.J.M. HABETS (1992). *Stabilization of Time-Delay Systems: An Overview of the Algebraic Approach*, EUT Report 92-Wsk-02, Technische Universiteit Eindhoven.

L.C.G.J.M. HABETS (1992). *Characteristic Sets in Commutative Algebra: An Overview*, Memorandum COSOR 92-24, Technische Universiteit Eindhoven.

L.C.G.J.M. HABETS (1992). *A Reachability Test for Systems over Polynomial Rings using Gröbner Bases*, Memorandum COSOR 92-38,

Technische Universiteit Eindhoven.

L.C.G.J.M. HABETS (1992). *A Reliable Stability Test for Exponential Polynomials*, Memorandum COSOR 92-48, Technische Universiteit Eindhoven.

A.C. ANTOULAS, J.C. WILLEMS (1992). *A Behavioral Approach to Linear Exact Modelling*, preprint.

J.P.C. BLANC (1992). The power-series algorithm applied to the shortest-queue model. *Operat. Res.* 40, 157-167.

J.P.C. BLANC (1992). Performance evaluation of polling systems by means of the power-series algorithm. *Annals of Oper. Res.* 35, 155-186.

J.P.C. BLANC (1992). An algorithmic solution of polling models with limited service disciplines. *IEEE Trans. Comm. COM-40*, 1152-1155.

J.A. LOEVE (1992). *Algorithms for Markov Decision Chains with Partial Information*, Report TW 92-14, Rijksuniversiteit Leiden.

F.M. SPIEKSMASMA (1992). *A Recurrence Type Characterization of  $\mu$ -Exponential Ergodicity for Markov Processes*, Report TW 92-04, Rijksuniversiteit Leiden.

F.M. SPIEKSMASMA, R.L. TWEEDIE (1992). *Strengthening Ergodicity to Geometric Ergodicity for Markov Chains*, Report TW 92-05, Rijksuniversiteit Leiden.

F.M. SPIEKSMASMA, E. ALTMAN (1992). *Polling Systems: Moment Stability of Station Times and Central Limit Theorems*, Report TW 92-09, Rijksuniversiteit Leiden.

F.M. SPIEKSMASMA (1992). *Spectral Conditions and Bounds for the Rate of Convergence of Countable Markov Chains*, Report 92-11, Rijksuniversiteit Leiden.

F.M. SPIEKSMASMA, A. HORDIJK (1992). On ergodicity and recurrence properties of a Markov chain with an application to an open Jackson network. *Adv. Appl. Prob.* 24, 343-376.

R. DEKKER, A. HORDIJK (1992). Recurrence conditions for average and Blackwell optimality in denumerable state Markov decision chains. *Mathematics of Operations Research* 17, 271-289.

A. HORDIJK, G. KOOLE (1992). The  $\mu c$  rule is not optimal in the second node of the tandem queue: a counterexample. *Adv. Appl. Prob.* 24, 234-237.

A. HORDIJK, G. KOOLE (1992). On the shortest queue policy for the tandem parallel queue. *Probability in the Engineering and Informational*

*Sciences* 6, 63-79.

A. HORDIJK, G. KOOLE (1992). On the assignment of customers to parallel queues. *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 6, 495-511.

A. HORDIJK, G. KOOLE (1992). *On the Optimality of LEPT and  $\mu c$ -Rules for Parallel Processors and Dependent Arrival Processes*, Report TW 92-01, Rijksuniversiteit Leiden.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, J.-PH. VIAL (1992). A complexity reduction for the long-step path-following algorithm for linear programming. *SIAM J. on Optimization* 2, 71-87.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). A large-step analytic center method for a class of smooth convex programming problems. *SIAM J. on Optimization* 2, 55-70.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). On the classical logarithmic barrier function method for a class of smooth convex programming problems. *J. of Optimization Theory and Applications* 73, 1-25.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). A build-up variant of the path-following method for linear programming. *Operations Research Letters* 12, 181-186.

C. ROOS, J.-PH. VIAL (1992). A polynomial method of approximate centers for the linear programming problem. *Mathematical Programming* 54, 295-306.

A.C.M. DUMAY, M.N.A.J. CLAESSENS, C. ROOS, J.J. GERBRANDS, J.H.C. REIBER (1992). Object delineation in noisy images by a modified policy-iteration method. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14, 952-958.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). On the monotonicity of the dual objective along barrier paths. *COAL Bulletin* 20, 2-8.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). The linear complementary problem, sufficient matrices and the criss-cross method. M. AKGUL (ed.). *NATO ASI Series F82, Combinatorial Optimization*, Springer-Verlag Heidelberg, 253-257.

C. ROOS (1992). A projective variant of the approximate center method for the dual linear programming problem. P. KALL (ed.). *Systems Modelling and Optimization, Proceedings of the 15th IFIP Conference, Lecture Notes in Control and Information Science* 180, Springer-Verlag, 251-260.

O. GULER, C. ROOS, T. TERLAKEY, J.-PH. VIAL (1992). *Interior Point Approach to the*

*Theory of Linear Programming*, Cahiers de Recherche 1992.3, Universiteit van Genève.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). *Adding and Deleting Constraints in the Path-Following Method for LP*, SHELL-Report AMER.92.001.

D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). *On the Monotonicity of the Dual Objective along Barrier Paths*, SHELL Report AMER.92.003.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). *Interior Point Approach to Postoptimal and Parametric Analysis in Linear Programming*, Report 92-01, Technische Universiteit Delft.

O.E. FLIPPO, B. JANSEN (1992). *Duality and Sensitivity in Quadratic Optimization over a Sphere*, Report 92-65, Technische Universiteit Delft.

D. DEN HERTOOG, F. JARRE, C. ROOS, T. TERLAKEY (1992). *A Unifying Investigation of Interior Point Methods for Convex Programming*, Report 92-89, Technische Universiteit Delft.

H.J.M. HAMERS (1992). *A Silent Dual over a Cake*, Research Memorandum, Katholieke Universiteit Brabant.

H.J.M. HAMERS (1992). The Shapley entrance game. *Proceedings Operations Research '91*.

A.H.W. GEERTS (1992). *Regularity and Singularity in Linear-Quadratic Control subject to Implicit Continuous-Time Systems*, Research Memorandum FEW 556, Katholieke Universiteit Brabant.

A.H.W. GEERTS (1992). *Invariant Subspaces and Invertibility Properties for Singular Systems: The General Case*, Research Memorandum FEW 557, Katholieke Universiteit Brabant.

A.H.W. GEERTS (1992). *Solvability Conditions, Consistency and Weak Consistency for Linear Differential-Algebraic Equations and Time-Invariant Singular Systems: The General Case*, Research Memorandum FEW 558, Katholieke Universiteit Brabant.

A.H.W. GEERTS (1992). Free end-point linear-quadratic control subject to implicit continuous-time systems: necessary and sufficient conditions for solvability. *Proceedings 2nd IFAC Workshop on Systems and Control*, 28-31.

A.H.W. GEERTS, J.M. SCHUMACHER (1992). Impulsive behavior. *Proceedings 2nd IFAC Workshop on Systems and Control*, 320-323.

## Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

F.W. SUN (1992). Approaching channel capacity by equiprobable signalling on the Gaussian channel. *Proceedings of International Winter Meeting on Information and Coding Theory*, Essen, 1991.

G. FANG, H.C.A. VAN TILBORG, F.W. SUN (1992). Weakly perfect binary block codes for correcting asymmetric errors. *Proceedings of the International Symposium on Communications*, Taiwan, 57-60.

F.W. SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1992). *Approaching Channel Capacity by Equiprobable Signalling on the Gaussian Channel*, preprint (revised), Technische Universiteit Eindhoven.

F.W. SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1992). *Improved Decoding Algorithm for MTCM based on Certain Lattices*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

F.W. SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1992). *A Multilevel Construction of the Golay Code and the Associated Softdecision Decoding Algorithm*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

G. FANG, H.C.A. VAN TILBORG, F.W. SUN, I.S. HONKALA (1992). *Some Features of Binary Block Codes for Correcting Asymmetric Errors*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

R. STRUIK (1992). Covering problems. R. AHLWEDE ET AL. (eds.). *Tagungsbericht 15/1992, Informationstheorie*, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

R. STRUIK (1992). *An Improvement of the Van Wee Bound for Binary Linear Covering Codes*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

R. STRUIK (1992). *On the Structure of Linear Codes with Covering Radius Two and Three*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

I.M. DUURSMA (1992). *Algebraic Decoding using Special Divisors*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

I.M. DUURSMA (1992). On the decoding procedure of Feng and Rao. *Proceedings Algebraic and Combinatorial Coding Theory*, Voneshta Voda, Bulgarije, 64-67.

I.M. DUURSMA (1992). *Majority Coset Decoding*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

I.M. DUURSMA (1992). *Class Numbers for Some Hyperelliptic Curves*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

I.M. DUURSMA, R. KOTTER (1992). *Error-Locating Pairs for Cyclic Codes*, preprint, Tech-

nische Universiteit Eindhoven.

BA-ZHONG SHEN (1992). *Algebraic-Geometric Codes and their Decoding Algorithm*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.

R. PELLIKAAN (1992). On the gonality of curves, abundant codes and decoding. H. STICHTENOTH, M.A. TSFASMAN (eds.). *Coding Theory and Algebraic Geometry*, Springer Lecture Notes 1518, 132-144.

R. PELLIKAAN (1992). On decoding by error location and dependent sets of error positions. *Discrete Math.* 106/107, 369-381.

S.C. PORTER, B.-Z. SHEN, R. PELLIKAAN (1992). Decoding geometric Goppa codes using an extra place. *IEEE Trans. Inform. Theory IT-38*, 1663-1676.

B.-Z. SHEN (1992). Solving a congruence on a graded algebra by a subresultant sequence and its applications. *Journal Symbolic Computation* 14, 505-522.

R. PELLIKAAN (1992). Boekbespreking Algebraic-Geometric Codes (M.A. Tsfasman, S.G. Vlăduț). *Mededelingen van het Wiskundig Genootschap* 35, 23-25.

R. PELLIKAAN (1992). Boekbesprekingen van Algebraic-Geometric Codes (M.A. Tsfasman, S.G. Vlăduț) en Algebraic Curves over Finite Fields (C.J. Moreno). *Bulletin of the London Math. Soc.* 24, 497-499.

R. PELLIKAAN (1992). *On the Efficient Decoding of Algebraic-Geometric Codes*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

C. MUNUERA, R. PELLIKAAN (1992). *Self-Dual and Decomposable Geometric Goppa Codes*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

C. MUNUERA, R. PELLIKAAN (1992). *Equality of Geometric Goppa Codes and Equivalence of Divisors*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

M.J.M. VAN EUPEN, J.H. VAN LINT (1992). *On the Minimum Distance of Ternary Cyclic Codes*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

M.J.M. VAN EUPEN (1992). *Four New Optimal Ternary Linear Codes*, preprint, Technische Universiteit Eindhoven.

## Werkgemeenschap Analyse

P.J.P. EGBERTS (1992). *On the Sum of Accretive Operators*, proefschrift, Technische Universiteit Delft.

P.J.P. EGBERTS (1992). A semilinear second

order elliptic system. *Rend. Inst. Mat. Univ. Triest* 22, 109-116.

C.J. BLOM, A.H.P. VAN DER BURGH (1992). *Validity of Approximations for Time Periodic Solution of a Forced Non-Linear Hyperbolic Differential Equation*, Report 92-47, Technische Universiteit Delft.

C.J. BLOM, S.A. VAVILOV (1992). *Resonance and Near-Resonance for a Non-Linear Wave Equation*, Report 92-92, Technische Universiteit Delft.

A.B. KUIJPER (1992). *The State Space Method for Integro-Differential Equations of Convolution Type with Rational Matrix Symbols*, proefschrift, Vrije Universiteit Amsterdam.

A.B. KUIJPER (1992). The state space method for integro-differential equations of Wiener-Hopf type with rational matrix symbols. *Operator Theory: Advances and Applications* 58, Birkhäuser Verlag, Basel, 142-188.

H. VAN DER VEN (1992). *Vector Valued Poisson Transforms on Riemannian Symmetric Spaces of Rank One*, preprint 742, Rijksuniversiteit Utrecht.

T. VAN BEMMELEN (1992). *The Symmetry Equation Package for Reduce*, Memorandum 1053, Universiteit Twente.

T. VAN BEMMELEN (1992). *Coverings and Nonlocal Symmetries*, Memorandum 1057, Universiteit Twente.

T. VAN BEMMELEN, P.K.H. GRAGERT, P.H.M. KERSTEN, A.M. SYM (1992). *Symmetries and Conservation Laws of the System  $u_x = vv_x, v_y = uw_y, uv + w_{xx} + w_{yy} = 0$* , Memorandum 1084, Universiteit Twente.

R.J. BEERENDS (1992). Chebyshev polynomials in several variables and the radial part of the Laplace-Beltrami operator. *Trans. AMS* 328, 779-814.

R.J. BEERENDS (1992). Some special values for the BC type hypergeometric function. *Contemporary Mathematics* 138, 27-49.

R.J. BEERENDS, E.M. OPDAM (1992). *Certain Hypergeometric Series related to the Root System BC*, preprint, Rijksuniversiteit Leiden.

H.M. OSINGA (1992). *Intermittency Following a Hopf Bifurcation*, Technical Report, Rijksuniversiteit Groningen.

G.J.M. MARÉE (1992). *Sudden Change in Nonlinear Systems with a Slowly Varying Parameter*, Technical Note 92-03, Landbouwniversiteit Wageningen.

L.A. PELETIER, W.C. TROY (1992). *Self-*



*Similar Solutions for Diffusion in Semiconductors*, Report 92-04, Rijksuniversiteit Leiden.

S.P. HASTINGS, L.A. PELETIER (1992). *On the Decay of Turbulent Bursts*, Report 92-07, Rijksuniversiteit Leiden.

F. MERLE, L.A. PELETIER, J. SERRIN (1992). *A Bifurcation Problem at a Singular Limit*, Report 92-08, Rijksuniversiteit Leiden.

L.A. PELETIER, H. SERAFINI (1992). *A very Singular Solution and Other Self-Similar Solutions of the Heat Equation with Convection*, Report 92-13, Rijksuniversiteit Leiden.

S.P. HASTINGS, L.A. PELETIER (1992). *On the Decay of Turbulent Bursts*, IMA preprint 945.

A. NOVICK-COHEN, L.A. PELETIER (1992). *Steady States of the One-Dimensional Cahn-Hilliard Equation*, IMA preprint 995.

C.J. VAN DUIN, L.A. PELETIER (1992). How the interface approaches the boundary in the Dead Core Problem. *J. Reine Angew. Math.* 432, 1-21.

F. BERNIS, L.A. PELETIER, S.M. WILLIAMS (1992). Source type solutions of a fourth order nonlinear degenerate parabolic equation. *Nonlinear Analysis TMA* 18-3, 217-234.

F. MERLE, L.A. PELETIER (1992). On supercritical phenomena. N.G. LLOYD, W.M. NI, L.A. PELETIER, J. SERRIN (eds.). *Nonlinear Diffusion Equations and their Equilibrium States* 3.

S. KAMIN, L.A. PELETIER, J.L. VAZQUEZ (1992). A nonlinear diffusion-absorption equation with unbounded initial data. N.G. LLOYD, W.N. NI, L.A. PELETIER, J. SERRIN (eds.). *Nonlinear Diffusion Equations and their Equilibrium States* 3.

ZHENGYUAN LI, L.A. PELETIER (1992). A comparison principle for the porous media equation with absorption. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 165-2, 457-471.

L.A. PELETIER, R.C.A.M. VAN DER VORST (1992). Existence and non-existence of positive solutions of non-linear elliptic systems and the biharmonic equation. *Diff. and Int. Eq.* 5-4, 747-767.

F.V. ATKINSON, L.A. PELETIER, J. SERRIN (1992). Estimates for vertical points of solutions of prescribed mean curvature type equations II. *Asymptotic Analysis* 5, 283-310.

### Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde

I. SHIMADA (1992). *Remarks on Fundamental Groups of Algebraic Fiber Spaces and Some*

*Applications*, preprint, Katholieke Universiteit Nijmegen.

I. SHIMADA (1992). *Unirationality of Certain Complete Intersections in Positive Characteristics II*, preprint, Katholieke Universiteit Nijmegen.

A.J. HOMBURG (1992). *On Global Bifurcations caused by the Unfolding of a Homoclinic Orbit*, preprint, Rijksuniversiteit Groningen.

A.J. HOMBURG (1992). *Homoclinic Intermittency*, preprint, Rijksuniversiteit Groningen.

J. URBANOWICZ (1992). Remarks on the Stickelberger ideals of order 2. *Contemporary Math.* 126, 179-192.

M. MAZUR, J. URBANOWICZ (1992). A note on  $K_2$  of the rings of integers of totally real number fields. *Contemporary Math.* 126, 147-150.

P. MOREE, H.J.J. TE RIELE, J. URBANOWICZ (1992). *Divisibility Properties of Integers  $x$  and  $k$  satisfying  $1^k + 2^k + \dots + (x-1)^k = x^k$* , Report NM-R9215, CWI, Amsterdam.

J. URBANOWICZ (1992). *On Diophantine Equations Involving Sums of Powers with Quadratic Characters as Coefficients I*, Report 92-11, Rijksuniversiteit Leiden.

A.J. DE JONG (1992). *Moduli of Abelian Varieties and Dieudonné Modules of Finite Group Schemes*, proefschrift, Katholieke Universiteit Nijmegen.

B.J.J. MOONEN (1992). *The Picard Number of Certain Algebraic Surfaces*, preprint, Rijksuniversiteit Utrecht.

C. CILIBERTO, G.B.M. VAN DER GEER, M. TEIXIDOR I BIGAS (1992). On the number of parameters of curves whose jacobians possess nontrivial endomorphisms. *Journal of Algebraic Geometry* 1, 215-229.

G.B.M. VAN DER GEER, M. VAN DER VLUGT (1992). Reed-Muller codes and supersingular curves I. *Compositio Math.* 84, 333-367.

C. CILIBERTO, G.B.M. VAN DER GEER (1992). *Non-Isomorphic Curves of Genus Four with Isomorphic (Non-Polarised) Jacobians*, preprint, Universiteit van Amsterdam.

P. ALUFFI, C. FABER (1992). *Linear Orbits of  $d$ -tuples of points in  $P(1)$* , preprint, Universiteit van Amsterdam.

P. ALUFFI, C. FABER (1992). *Linear Orbits of Smooth Curves*, preprint, Universiteit van Amsterdam.

J. BOCHNAK, J. HUISMAN (1992). When is a complex elliptic curve the product of two real algebraic curves? *Math. Ann.* 293, 469-474.

J. HUISMAN (1992). The underlying real algebraic structure of complex elliptic curves. *Math. Ann.* 294, 19-35.

J. HUISMAN (1992). *Real Abelian Varieties with Complex Multiplication*, proefschrift, Vrije Universiteit Amsterdam.

J. HUISMAN (1992). *Heights on Abelian Varieties*, preprint, Vrije Universiteit Amsterdam.

### **Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde**

H.P. BARENDREGT (1992). Enumerations of lambda terms are reducing. *Journal of Functional Programming* 2, 233-236.

H.P. BARENDREGT (1992). Lambda calculi with types. S. ABRAMSKY, D.M. GABBAL, T.S.E. MAIBAUM (eds.). *Handbook of Logic in Computer Science*, Oxford University Press, II, 117-309.

H.P. BARENDREGT (1992). Representing 'undefined' in lambda calculus. *Journal of Functional Programming* 2, 367-374.

A. COMPAGNONI (1992). *Simply Typed Lambda Calculus and Subtyping*, Report, Katholieke Universiteit Nijmegen.

J.H. GEUVERS (1992). Inductive and co-inductive types with iteration and recursion. *Proceedings of BRA LF Meeting*, Baastad, Zweden.

J.H. GEUVERS (1992). The Church-Rosser property for  $\beta$ -reduction in typed  $\lambda$ -calculi. *Proceedings of 7th IEEE Symposium on Logic in Computer Science*, Santa Cruz, 453-460.

B.P.F. JACOBS, I. MARGARIA, M. ZACCHI (1992). Filter models with polymorphic types. *Theor. Comp. Sci.* 95, 143-158.

B.P.F. JACOBS (1992). Simply typed and untyped lambda calculus revisited. M. FORMAN ET AL. (eds.). *Applications of Categories in Computer Science, LMS 177*, Cambridge University Press, 119-142.

### **Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica**

R.H. DIJKGRAAF, E. VERLINDE, H. VERLINDE (1992). String propagation in a black hole geometry. *Nucl. Phys. B* 371, 269.

R.H. DIJKGRAAF (1992). Topological field theory and 2D quantum gravity. *Proceedings of the Jerusalem Winter School on 2D Quantum Gravity and Random Surfaces*, World Scientific.

R.H. DIJKGRAAF (1992). Intersection theory, integrable hierarchies and topological field theory. *Proceedings of the Cargèse Summer School*

*New Symmetry Principles in Quantum Field Theory*, Plenum Press.

A. HOF (1992). *Quasicrystals, Aperiodicity and Lattice Systems*, proefschrift, Rijksuniversiteit Groningen.

J. LÖRINCZI, M. WINNINK (1992). Some remarks on almost Gibbs states. *Proceedings of the Les Houches 1992 Summer School on Cellular Automata and Cooperative Systems*.

A. HOF, C.P.M. GEERSE (1992). Lattice systems on Penrose tilings. *Proceedings of the Workshop Phase-Transitions*, World Scientific.

A.C.D. VAN ENTER, J. MIEKISZ (1992). How should one define a (weak) crystal? *J. Stat. Phys.* 66, 1147-1155.

A.C.D. VAN ENTER, A. HOF, J. MIEKISZ (1992). Overlap distributions for deterministic systems with many pure states. *J. Phys. A.* 25, L1133-1137.

A.C.D. VAN ENTER (1992). Non-periodic ground and Gibbs states. LI ZHONG, K.P. SHUM, C.C. YANG (eds.). *Proceedings of Asian Math. Conference 1990*, World Scientific, 132-134.

A.C.D. VAN ENTER (1992). Non-conventional long-range order at zero and positive temperatures. A. Bovier, F. Koukiou (eds.). *Mathematical Physics of Disordered Systems*, IAAS Berlin, Report nr. 3, ISSN 0942-9077.

C. MAES, S.B. SHLOSMAN (1992). Constructive criteria for the ergodicity of interacting particle systems. *Proceedings of the Workshop Cellular Automata, Interacting Particle Systems and Related Topics*, Kluwer.

A.C.D. VAN ENTER, R. FERNÁNDEZ, A.D. SOKAL (1992). Non-Gibbsian states for renormalization-group and beyond. *Proceedings of the Workshop Cellular Automata, Interacting Particle Systems and Related Topics*, Kluwer.

A.C.D. VAN ENTER, R. FERNÁNDEZ, A.D. SOKAL (1992). Non-Gibbsian states. *Workshop Phase-Transitions*, World Scientific.

J.D.M. MAASSEN (1992). Addition for freely independent random variables. *Journal of Functional Analysis* 106, 409-438.

G. DERKS (1992). *Coherent Structures in the Dynamics of Perturbed Hamiltonian Systems*, proefschrift, Universiteit Twente.

G. DERKS, T.P. VALKERING (1992). Approximation in a damped Hamiltonian system by successive relative equilibria. *Jap. Journ. of Indus. and Appl. Math.* 9, 141-161.

G. DERKS, E. VAN GROESEN (1992). Energy propagation in dissipative systems part II: Cen-

trovelocity for nonlinear wave equations. *Wave Motion* 15, 159-172.

E. VAN GROESEN (1992). Periodic and quasi-periodic Hamiltonian motions as relative equilibria. H.W. BROER, F. TAKENS (eds.). *Proceedings Geometry and Analysis in Nonlinear Dynamics*, Longman/Pitman, 22-33.

E. VAN GROESEN (1992). Optimaliteit in beweging: Gestructureerde verschijnselen in de natuur. *De Ingenieur*, juni.

J. KALKMAN (1992). *BRST Model for Equivalent Cohomology and Representation for the Equivalent Thom Class*, preprint, Rijksuniversiteit Utrecht.

# BIJLAGE 1 INTERNE EN EXTERNE BELEIDSORGANEN VAN DE STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM

## Curatorium

Per 31 december was het Curatorium als volgt samengesteld:

Prof. dr. ir. G.Y. Nieuwland     voorzitter  
 Prof. dr. Th.M.A. Bemelmans     vice-voorzitter  
 Ir. C.M.N. Belderbos  
 Ir. A. Boesveld  
 Prof. drs. B.K. Brussaard  
 Prof. C.H.A. Koster  
 Ir. W. Loeve  
 Prof. dr. A.H.G. Rinnooy Kan  
 Prof. dr. A. van der Sluis  
 Prof. dr. J.H.M. Steenbrink  
 J.A. Symes

## Directie

Deze was als volgt samengesteld:

Prof. dr. P.C. Baayen     wetenschappelijk  
                                  directeur  
 Dr. ir. G. van Oortmerssen     zakelijk directeur

## Wetenschapscommissie

De wetenschapscommissie bestond op 31 december uit de volgende personen:

Prof. dr. ir. H. Kwakernaak     voorzitter  
 Prof. dr. D. Siersma     vice-voorzitter  
 Prof. dr. ir. O.J. Boxma  
 Prof. dr. G. van Dijk  
 Prof. dr. G.B.M. van der Geer  
 Prof. dr. ir. M.L.J. Hautus  
 Prof. dr. P.W. Hemker  
 Prof. dr. M.A. Kaashoek  
 Dr. J.A.C. Kolk  
 Prof. dr. H.G. Meijer  
 Dr. I. Moerdijk  
 Prof. dr. A. Schrijver

Prof. dr. F.W. Steutel  
 Prof. dr. ir. P. Wesseling  
 Prof. dr. M. Winnink

benevens met raadgevende stem:

Prof. dr. P.C. Baayen     wetenschappelijk  
                                  directeur SMC  
 W.A.M. Asperts     ambtelijk secretaris

Het dagelijks bestuur van de Wetenschapscommissie werd gevormd door

Prof. dr. G. van Dijk  
 Prof. dr. ir. H. Kwakernaak  
 Prof. dr. D. Siersma

## Vakadviescommissies CWI

Een zestal vakadviescommissies adviseert de wetenschappelijke afdelingen van het CWI met betrekking tot hun onderzoek. De commissies waren per 31 december als volgt samengesteld:

### *Analyse, Algebra en Meetkunde*

Prof. dr. G. van Dijk     RUL  
 Prof. dr. M.A. Kaashoek     VUA  
 Prof. dr. E.J.N. Looijenga     UvA  
 Prof. dr. ir. L.A. Peletier     RUL  
 Prof. dr. M. van der Put     RUG  
 Prof. dr. E.G.F. Thomas     RUG

### *Besliskunde, Statistiek en Systeemtheorie*

Prof. dr. R.D. Gill     RUU  
 Prof. dr. P. Groeneboom     TUD  
 Prof. dr. G.J. Olsder     TUD  
 Prof. dr. H.C. Tijms     VUA  
 Prof. dr. W. Vervaat     KUN (tot 1 okt.)  
 Prof. dr. W.H.M. Zijm     UT

*Numerieke Wiskunde*

Prof. dr. A.O.H. Axelsson	KUN
Prof. dr. M.N. Spijker	RUL
Prof. dr. H.A. van der Vorst	RUU
Dr. ir. G.K. Verboom	WL, Delft
Dr. ir. T.M.M. Verheggen	KSLA

*Programmatuur*

Ir. J.J. van Amstel	voorzitter, Philips Nat.Lab.
Prof. dr. J.F.A.K. van Benthem	UvA
Dr. H. Brinksma	T
Dr. ir. C. Hemerik	TUE
Prof. dr. H.K. van den Herik	RL
Dr. J. Landsbergen	IPO
Prof. dr. A. Ollongren	RUL
Dr. W.P. Weijland	PTT Research

*Algoritmiek en Architectuur*

Dr. H. Brinksma	UT
Dr. H.H. Eggenhuisen	Philips Nat.lab.
Prof. dr. S.D. Swierstra	RUU
Dr. L. Torenvliet	UvA

*Interactieve Systemen*

Prof. dr. F.W. Jansen	TUD
Prof. dr. G.R. Joubert	TU, Clausthal, Duitsland
Mw. dr. ir. M.L.P. van Lierop	TUE
Ir. W. Loeve	NLR
Prof. dr. J. Treur	VUA

## BIJLAGE 2 ACADEMISCHE PROMOTIES

In het verslagjaar promoveerden diverse wetenschappelijke onderzoekers, die op het CWI werkzaam waren of in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde hun onderzoek hadden verricht.

### Promoties van onderzoekers werkzaam in de Landelijke Activiteiten Wiskunde

- P. Egberts; op 27 januari aan de Technische Universiteit Delft op het proefschrift *On the Sum of Active Operators*.  
Promotor: prof. dr. Ph. Clément.
- A.J. de Jong; op 28 januari aan de Katholieke Universiteit Nijmegen op het proefschrift *Moduli of Abelian Varieties and Dieudonné Modules of Finite Group Schemes*.  
Promotores: prof. dr. J.H.M. Steenbrink en prof. dr. F. Oort (RUU).
- M.C.A. van Dijke; op 14 mei aan de Rijksuniversiteit Utrecht op het proefschrift *Iterative Methods in Image Reconstruction*.  
Promotores: prof. dr. ir. M.A. Viergever en prof. dr. H.A. van der Vorst.
- A.B. Kuijper; op 18 juni aan de Vrije Universiteit te Amsterdam op het proefschrift *The State Space Method for Integro-Differential Equations of Convolution Type with Rational Matrix Symbols*.  
Promotor: prof. dr. M.A. Kaashoek.
- I. Hoveijn; op 23 november aan de Rijksuniversiteit Utrecht op het proefschrift *Aspects of Resonance in Dynamical Systems*.  
Promotor: prof. dr. F. Verhulst.
- G. Derks; op 11 december aan de Universiteit Twente op het proefschrift *Coherent Structures in the Dynamics of Perturbed Hamiltonian Systems*.  
Promotor: prof. dr. ir. E.W.C. van Groesen.

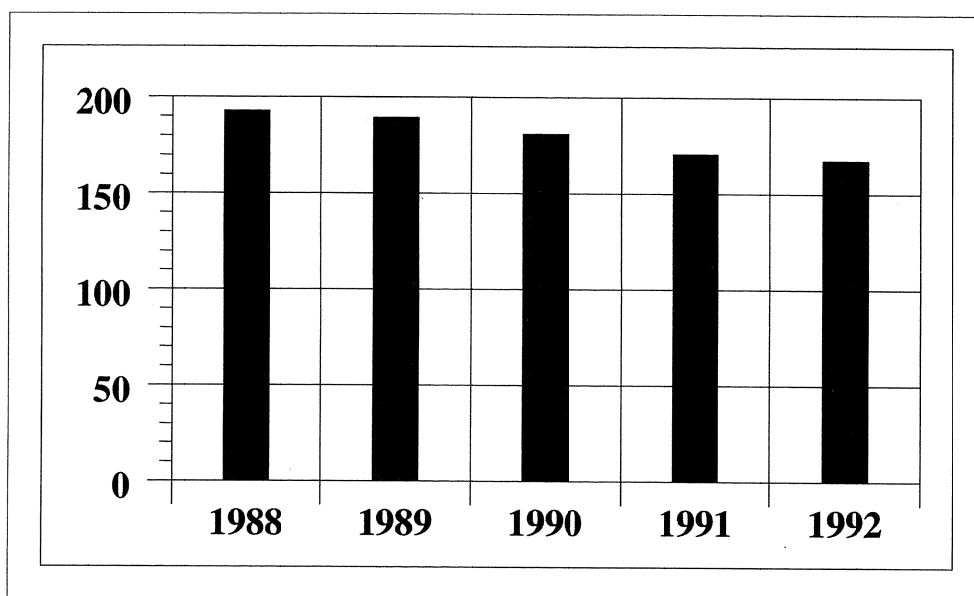
### Promoties van onderzoekers werkzaam op het CWI

- B.P. Sommeijer; op 5 februari aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Parallelism in the Numerical Integration of Initial Value Problems*.  
Promotor: prof. dr. P.J. van der Houwen.
- J.A. Hoogeveen; op 7 februari aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Single-Machine Bicriteria Scheduling*.  
Promotor: prof. dr. J.K. Lenstra.
- M.M. Fokkinga; op 13 februari aan de Universiteit Twente op het proefschrift *Law and Order in Algorithmics*.  
Promotores: prof. L.G.L.T. Meertens (RUU) en prof. dr. ir. L.A.M. Verbeek.
- E.D. de Goede; op 19 februari aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Numerical Methods for the Three-Dimensional Shallow Water Equations and Supercomputers*.  
Promotores: prof. dr. P.J. van der Houwen en prof. dr. ir. A.W. Heemink (TUD).
- J.M.A.M. van Neerven; op 19 februari aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift *The adjoint of a semigroup of linear operators*.  
Promotor: prof. dr. O. Diekmann.
- J. Molenaar; op 4 maart aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Multigrid Methods for Semiconductor Simulation*.  
Promotor: prof. dr. P.W. Hemker.
- J.N.E. Bos; op 24 maart aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Practical Privacy*.  
Promotor: prof. dr. J.H. van Lint.
- R.R.P. van Nooyen; op 8 mei aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Some Aspects of Mixed Finite Element Methods for Semiconductor Simulation*.  
Promotor: prof. dr. P.W. Hemker.
- Mevrouw M. Kuijper; op 22 mei aan de Katholieke Universiteit Brabant op het proefschrift *First-Order Representations of Linear Systems*.  
Promotor: prof. dr. J.M. Schumacher.
- A. Ponse; op 9 juni aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Process Algebras with Data*.

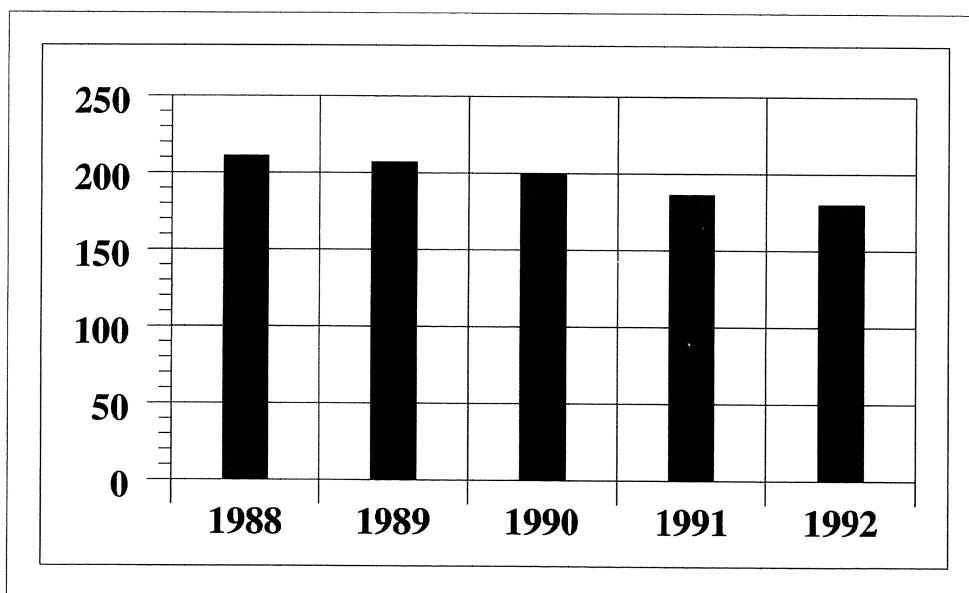
- Promotores: prof. dr. J.A. Bergstra en prof. dr. J.C.M. Baeten (TUE).
- E.J.L.J. van Heyst; op 1 juli aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Special Signature Schemes*.  
Promotor: prof. dr. J.H. van Lint.
  - P.J. Veerkamp; op 15 september aan de Vrije Universiteit Amsterdam op het proefschrift *On the Development of an Artifact and Design Description Language*.  
Promotor: prof. dr. J. Treur.
  - J.A.P. Heesterbeek; op 17 september aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift  $R_0$ .  
Promotores: prof. dr. O. Diekmann en prof.dr. J.A.J. Metz.
  - P.A. Zegeling; op 8 oktober aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Moving-Grid Methods for Time-Dependent Partial Differential Equations*.  
Promotor: prof. dr. P.J. van der Houwen.
  - R.C. Veltkamp; op 19 november aan de Erasmus Universiteit Rotterdam op het proefschrift *Closed Object Boundaries from Scattered Points*.  
Promotores: prof. dr. J. van den Bos en prof. dr. M.H. Overmars (RUU).

# BIJLAGE 3

## STAAFTABELLEN WERKNEMERS



*Tabel 1. In fte.*



*Tabel 2. In aantallen*